PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 10. 15. Mai 1910. Redaktionsschluß für No. 11 am 23. Mai 1910. 11. Jahrgang.

INHALT:

Richard Abegg. S. 425.

Originalmitteilungen:

E. Goldstein, Über einen besonderen Typus diskontinuierlicher Emissionsspektra fester Körper. S. 430.

N. Obolensky, Über die Dispersion im elektrischen Spektrum des Petroleums. S. 433.

G. Nordström, Zur elektromagnetischen Mechanik. S. 440.

A. Tschernyscheff, Absoluter Spannungsmesser für Spannungen von 10000 bis 180000 Volt. S. 445.

O. Martienssen, Über neue Resonanzerscheinungen in Wechselstromkreisen. S. 448.

M. Reinganum, Ein einfaches elektrodynamisches Telephon. S. 460.

J. Perrin, Brownsche Bewegung und Molekulargrößen. S. 461.

J. Perrin, Die Brownsche Rotationsbewegung. S. 470.

K. P. Brooks, Elektrischer Widerstand von Metallgemischen und Legierungen. S. 471.

G. v. Hevesy u. E. Wolff, Über das Silber-Nickel-Thermoelement. S. 473.

W. Guertler, Über die elektrische Leitfähigkeit der Legierungen und ihren Temperaturkoeffizienten. III. S. 476.

Besprechungen:

P. Schafheitlin, Die Theorie der Besselschen Funktion. S. 479.

H. J. Oosting, Einleitung in die technische Thermodynamik. S. 479.

G. u. H. Krüß, Kolorimetrie und quantitative Spektralanalyse. S. 479.

E. Leybolds Nachflg. (Cölu a. Rh.), Apparate für Schülerübungen. S. 480.

Preisausschreiben. S. 480.

Tagesereignisse. S. 480.

Personalien. S. 480.

Besuche. S. 480.

Richard Abegg.

Durch eines der schweren Ballonunglücke, welche in den letzten Wochen die deutsche Luftschiffahrt getroffen haben, ist der Chemie einer ihrer hervorragendsten und hoffnungsvollsten physikalischen Anorganiker entrissen worden: Richard Abegg.

Auch die Physiker trauern, und die Physikalische Zeitschrift verliert in ihm einen der getreuen alten Göttinger, welche bei der Gründung Pate gestanden haben, obwohl sich noch gewichtige Autoritäten gegen Zweckmäßigkeit und Lebensfähigkeit des neuen Unternehmens aussprachen. An der ersten Nummer ist Abegg sozusagen als Mitredakteur erheblich tätig gewesen und nach ihrem Erscheinen scherzte er wohl gelegentlich, daß er in der Liste der ständigen Mitarbeiter auf dem Titel wieder einmal, wie so oft, nach dem Alphabet an erste Stelle gekommen sei. Nun führt er auch den Zug des Todes an.

Als Abegg, vom Rufe und der Persönlichkeit Nernsts angezogen, nach Göttingen kam, um sich 1894 dort zu habilitieren, da hatte er reiche Lehr- und Wanderjahre hinter sich. Am 9. Januar 1869 als Sohn eines alten Juristengeschlechtes in Danzig geboren, studierte er nach seiner in Berlin absolvierten Schulzeit ebendort, in Tübingen, Kiel und dann wieder in Berlin, und promovierte 1891 in Berlin auf eine Dissertation „Über das Chrysen und seine Derivate" ein ihm von A. W. v. Hofmann gestelltes Thema. Es gelang ihm durch Reduktion von Mononitrochrysen mittels Jodwasserstoffsäure zum ersten Male Amidochrysen darzustellen, sowie weiter eine Reihe verwickelterer neuer Derivate, zu deren einfacher Nomenklatur er für den Rest $C_{18}H_{11}$ den Namen Chrysyl vorschlug.

Es war die Zeit des Aufblühens der physikalischen Chemie und Abegg ging, um an ersten Quellen zu schöpfen, nach Leipzig und nach Stockholm. Aus Stockholm ist 1892 seine zweite Publikation datiert. In engem Anschlusse an eine Arbeit von Arrhenius ermittelte Abegg die Diffusionskoeffizienten von Ammoniak und von Essigsäure in einfach normalen Lösungen einer großen Anzahl von Salzen gegenüber den Diffusionskoeffizienten in Wasser. Bei Ostwald und Arrhenius führte er auch die aktuellen Gefrierversuche von Lösungen in Wasser, Benzol und Eisessig bei sehr verschiedenen Konzentrationen aus, die den theoretischen Erörterungen seiner Habilitationsschrift „Studien über Gefrierpunkte konzentrierter Lösungen" als Grundlage dienten. Es handelt sich besonders um die Beziehungen zwischen Konzentration und osmotischer Arbeit.

Zur Charakterisierung des damaligen wissenschaftlichen Lebens in Göttingen auf dem Gebiete der exakten Wissenschaften mag die Tatsache dienen, daß ein Privatdozent, der über neue Forschungen vortrug, in seinem Kolleg während des ganzen Semesters eine erste Bank von Geheimräten haben konnte. Wer überdies wie Abegg bei Gründung des Institutes für physikalische Chemie im Jahre 1895 beteiligt war und auch noch die Erfindung des elektrolytischen Glühlichtes in diesem Institute mit erlebt hat, dem steht jene Zeit in einigermaßen idealem Andenken. Und bei Abegg hat sie besonders gute Frucht getragen. Nernst besaß wunderbar die Gabe, was ihm von meist älteren Praktikanten aus aller Herren Ländern zuströmte, zu einem harmonischen Institutsbetriebe zusammenzufügen, daß jeder von jedem lernte, und

daß der Gedanken- und Erfahrungsaustausch die Mitglieder auch menschlich einander nahe brachte. Durch den internationalen Charakter der Wirkungsstätte fand dabei die schon in Abeggs Natur liegende kosmopolitisch weltmännische Ader ihre Nahrung.

Ferner fällt in Abeggs Göttinger Jahre die Gründung des eigenen Hausstandes, der vom ersten Tage an gegen Freunde und Bekannte die ungezwungene und unbegrenzte Gastlichkeit übte, welche die junge Frau von der elterlichen Familie her gewohnt war.

Abeggs Göttinger Hauptpublikationen lassen mehr oder minder den Einfluß seines Lehrers und Freundes Nernst erkennen. Eine direkt gemeinsame Arbeit ist die fundamentale theoretische wie experimentelle Untersuchung über das Problem, wie der Einfluß des äußeren Bades einerseits und die vom Rührer erzeugte Wärme andererseits bei Gefrierpunktsbestimmungen mitwirken und in Rechnung gesetzt werden müssen. Abegg verfeinerte die Methode dann weiter und seine „Gefrierpunktserniedrigungen sehr verdünnter Lösungen" (1896) dürften an Genauigkeit bis heute kaum übertroffen sein. 1898 gibt er in Wiedemanns Annalen eine zeitgemäße kritische Zusammenfassung „Über die an verdünnten Lösungen ausgeführten Gefrierpunktsbestimmungen und ihre Beziehungen zu den Theorien der Lösungen".

Eine zweite Reihe von Untersuchungen beschäftigt sich mit dem Verhalten der Dielektrizitätskonstanten organischer Körper bei tiefen Temperaturen und mit der des Eises. Die abschließenden, in das Jahr 1899 fallenden Messungen führte er gemeinsam mit W. Seitz aus. Von den interessanten Ergebnissen dieser Arbeiten sei nur an das eine erinnert, daß bei dem für das Auge stetigen Übergang der Alkohole aus dem flüssigen in den glasig festen Zustand die entsprechend den tiefen Temperaturen sehr hohen Dielektrizitätskonstanten diskontinuierlich auf kleine Werte fallen, während amorph und kristallinisch fester Zustand sich dielektrisch nicht merklich unterscheiden, ebensowenig *p*-Azoxyanisol als homogene und als kristallinische Flüssigkeit.

In naher Beziehung zu den genannten Arbeiten stehen solche über den Einfluß von tiefen Temperaturen auf die Polarisationskapazität bei elektrolytisch leitenden Kondensatoren.

Der Vorbereitung auf das Kolleg verdankt der kleine Apparat seine Entstehung, durch die das Ludwigsche Phänomen der Diffusion eines Salzes von warmen zu kalten Lösungsstellen und das schließliche Auskristallisieren in kalten Lösungsgebieten im Verlaufe einer halben Stunde als Vorlesungsversuch gezeigt werden kann.

Auch über die Entstehungsweise besonders schöner Kristalle aus bewegter Mutterlauge gibt Abegg gelegentlich eine einfache Erklärung.

Mittels höchst sinnreich kombinierter Experimente wird in einer Arbeit ganz anderen Charakters nachgewiesen, daß die Färbung der Alkalihaloide durch Kathodenstrahlen nicht auf chemische Veränderungen zurückgeführt werden kann. Noch mehr tritt der Physiker Abegg hinter dem Chemiker Abegg zurück bei der Publikation über Säure- und Alkali-Stabilität stereoisomerer Oxime und bei der Publikation über die Bedingungen, welche elektrolytisches Leitvermögen reiner Substanzen begünstigen und welche bei geschmolzenen Salzen am besten erfüllt scheinen.

Zur Behandlung eines rein physikalischen Problems dagegen war Abegg durch Beobachtungen auf einer Reise nach Indien im Winter 1896 auf 1897 angeregt worden: der Ursache der Farbe der Meere und der Seen. Entgegen den Anschauungen Springs vertritt er die „Doppeltheorie", daß sowohl die von Bunsen gefundene selektive Absorption des Wassers als die von Sorrel in Analogie zu Tyndalls Erklärung des Himmelblaus angenommene Beugung an sehr kleinen reflektierenden Teilchen mitwirken, er gibt Rechengrundlagen zu quantitativer Ermittelung beider Anteile und weist für die blauen Gebirgsseen darauf hin, daß nach Bodländer gelöste Elektrolyte wie Kalksalze schon in äußerst geringen Mengen sedimentierend wirken.

Eine andere Frucht der Reise waren die flott und humorvoll geschriebenen „Photographischen Erfahrungen in den Tropen", besonders über Entwicklung und Wässerung. Abegg vertrat die Photographie in Göttingen auch im Unterricht. Zur Kennzeichnung der Vielseitigkeit seiner Interessen auf diesem Gebiete können als Publikationen noch genannt werden: Der Beitrag zur Kenntnis des Uranverstärkers, das Plaidoyer für kurze Brennweiten und für Diopterrahmensucher, die Kritik der Sternblende und des Rauchglaskompensators.

Als Anerkennung seiner Lehrerfolge hatte Abegg 1898 den Titel Professor erhalten und übernahm im selbigen Jahre eine Assistentenstelle im Nernstschen Institute. Aber schon 1899 folgte er einem Rufe als außerordentlicher Professor an die Universität Breslau, wo er bis Herbst 1909 als Abteilungsvorsteher in dem von Ladenburg geleiteten chemischen Institute tätig gewesen ist.

Zum Wertvollsten, was er in den neuen Wirkungskreis mitnahm, gehören Erwägungen und Ideen allgemeiner Natur, in denen er mit Bodländer zusammengetroffen war. Das Er-

gebnis der in Breslau fortgesetzten gemeinsamen theoretischen Arbeit beider Forscher ist in der noch 1899 erschienenen Abhandlung „Die Elektroaffinität, ein neues Prinzip der chemischen Systematik" niedergelegt. Auf Grund des Nachweises von Beziehungen zwischen Zersetzungsspannung zwischen Löslichkeit, Dissoziationsgrad und der Fähigkeit, Komplexe zu bilden, wird die als chemische Affinität der Stoffe zum +- und —-Elektron aufgefaßte „wahre Ionisierungstendenz" oder „Elektroaffinität" zu einer einheitlichen Klassifikation der einfachen und der sogenannten komplexen anorganischen Verbindungen verwandt. Bodländer hat in den wenigen Jahren, die er noch wirken durfte, den Gegenstand nicht weiter verfolgt. Vielleicht, daß ihn der von gewichtiger Seite erhobene Einwand entmutigte, daß die der Definition der Elektroaffinität entsprechende Größe sich einwandfreier Messung entzieht. Aber das wirklich Neue tritt nur selten gleich zuerst in klarer widerspruchsloser Gestalt auf. Gäbe es nicht phantasiereiche optimistische Naturen, die sich von einer gewissen Unbestimmtheit nicht schrecken lassen, so würde mancher Fortschritt der Erkenntnis unheilvoll verzögert werden. Abegg baute weiter. Hatte er schon in seiner Breslauer Antrittsvorlesung über „Das Verhältnis von anorganischer und organischer Chemie aus physikalisch-chemischen Gesichtspunkten" auf noch lebensfähige Begriffe der alten elektrochemischen Theorie von Berzelius hingewiesen, so steckte er sich als eignes Ziel durch eine neue elektrische Theorie der Valenz den mannigfaltigen heute bekannten Tatsachen gerecht zu werden. Der Physiker kann die chemischen Gedankengänge über Verschiedenheit der Valenz eines Elementes, je nachdem es den elektropositiven oder den elektronegativen Bestandteil einer Verbindung bildet, nicht nachgehen. Bemerkenswert muß es ihm dagegen erscheinen, wenn J. J. Thomson von physikalischer Seite her also auf ganz anderem Wege zu Anschauungen über die polare Natur der Valenz gelangt, die sich mit denen Abeggs fast völlig decken. Besonders interessant, ja fast verblüffend, ist es beispielsweise, die beiden folgenden Schemata miteinander zu vergleichen:

I.

Gruppe	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Normalvalenzen	+0	+1	+2	+3		−3	−2	−1	−0
					+4				
Kontravalenzen	(−8)	(−7)	(−6)	(−5)		+5	+6	+7	+8

II.

Korpuskeln	59	60	61	62	63	64	65	66	67
Valenz	+0	+1	+2	+3	+4	−3	−2	−1	−0
	−8	−7	−6	−5	−4	+5	+6	+7	+8
	elektropositiv					elektronegativ			

Das erste Schema findet sich in der Publikation Abeggs „Die Valenz und das periodische System" aus dem Jahre 1904. Es veranschaulicht den Kernpunkt der Abeggschen Theorie der Elektrovalenzen: Jedes Element besitzt im ganzen 8 Valenzen, die teils positiv, teils negativ sind. Die Zahl der positiven Valenzen entspricht der Gruppennummer im periodischen System. Ob ein Element seine positiven oder negativen Elektrovalenzen betätigt, hängt von der polaren Natur seiner Verbindungsgenossen ab. Diejenigen Valenzen jedes Elements, die an Zahl die geringeren sind, nennt Abegg Normalvalenzen, da sie an Stärke überwiegen, die an Zahl größeren, aber schwächeren entgegengesetzter Polarität nennt er Kontravalenzen. Das andere Schema ist J. J. Thomsons Buch über „Die Korpuskulartheorie der Materie" von 1907 entnommen und bezieht sich auf folgendes Atommodell: Im Inneren einer Kugel von positiver homogener Volumdichte befindet sich eine größere Zahl von Elektronen. Bei passender Annahme über die von der positiven Elektrizität auf die negativen Korpuskeln ausgeübte Kraft kann die Stabilität der in einer Ebene nach konzentrischen Ringen erfolgenden Gleichgewichtsanordnungen berechnet werden. Positive oder negative Valenzen bestimmter Zahl bedeuten die Eigenschaft der betreffenden Anordnung infolge von störenden Einflüssen äußerer Kräfte, diese Zahlen von Elektronen abgeben oder aufnehmen zu können. Bei den Zahlen des Schemas sind im äußeren Ringe willkürlich 20 Korpuskeln angenommen. Die Übereinstimmung der Zahl 8 als Valenzsumme ist also ein Zufall. Die Analogie sonstiger Züge des Bildes mit Abeggs Vorstellungen kann als mehr gelten.

Für Abegg selbst aber hatte seine Theorie vor allem den Wert einer befruchtenden glücklichen Arbeitshypothese, die zu experimentellen Untersuchungen anregte, bei denen die physikalisch-chemischen Methoden auf alle Art Probleme der anorganisch-chemischen Forschung angewandt wurden. In der Tat, wenn man den vor einem liegenden hohen Stoß, der an die 90 Separata Abeggs und seiner Schüler aus dem Breslauer Jahrzehnt durchblättert, und als Physiker kann man vielfach nur durchblättern, da sich der chemische Inhalt der meisten Arbeiten physikalischem Verständnisse entzieht, so wird man überrascht von dem Zuge der Größe und Einheitlichkeit

in diesem Stücke Lebenswerk. Die Namen der Autoren, auf die wir in diesen Arbeiten stoßen, legen Zeugnis ab, eine wie große Zahl Praktikanten und Doktoranden Abegg von nah und fern nach der schlesischen Universität zu ziehen und dort zu halten verstanden hat. Die humoristische Weihnachtszeitung des Laboratoriums konstatiert 1905 bereits eine starke Verschiebung des Gleichgewichts nach seiten der Ausländer. In der Sorge für das Wohl und die Akklimatisierung dieser fand Abegg stets besonders wirksame Hilfe bei seiner Frau.

Schule zu machen in dem Umfange, wie es Abegg tat, ist für einen Extraordinarius ohne eigenes Institut eine ungewöhnliche Leistung. Zwar erfreute sich Abegg von seiten des Institutsdirektors aller wohlwollenden Unterstützung und dankenswerter Selbständigkeit. Andererseits aber konnte ein Forscher, der den zweiten Hauptsatz so gering bewertet, daß er in seinem Kasseler Bekenntnisvortrage unter Gesetzen von nicht ganz allgemeiner Bedeutung das Carnot-Clausiussche Gesetz über die Verwandlung von Wärme in Arbeit zwischen dem Faradayschen Gesetze der Elektrolyse, und zwischen dem Reflexionsgesetz der Lichtstrahlen anführt, mit dem besten Willen den Leistungen Abeggs und seiner Schüler nicht voll gerecht werden. In kritischer Lage scheint Abegg übrigens gewesen zu sein, als Geheimrat Ladenburg sich zur Ruhe gesetzt hatte. Wenigstens fragte er im Sommer 1909 in einem Leipziger Institute brieflich an, ob er im Notfalle mit sechs Schülern für ein Semester dort Unterkommen finden könne.

Aber noch in anderer Weise, als durch die experimentellen Leistungen seines Laboratoriums hat sich Abegg nach dem Urteile der Fachgenossen um „die Durchführung der neueren Erkenntnisse für das Gesamtgebiet der anorganischen Chemie" verdient gemacht und bahnbrechend gewirkt. Durch sein von S. Hirzel in Leipzig verlegtes Handbuch, „in dem zum ersten Male das gesamte Material der anorganischen Chemie im Lichte der heutigen theoretischen Ideen zur Darstellung gelangt". Auch hier gehen die Anfänge auf Bodländer zurück. Mit diesem hatte die Verlagsbuchhandlung im Sommer 1899 einen Vertrag über Herausgabe eines Handbuches abgeschlossen, für dessen Umfang acht kleine Bändchen zu je 10—12 Druckbogen in Aussicht genommen waren. Bodländer nahm dann 1900 seinen Freund Abegg als Mitherausgeber an und mußte nach Gewinnung eines Stabes erlesener Mitarbeiter noch im Stadium der Vorarbeiten wegen anderweitiger Pflichten ganz zurücktreten. Aus den acht kleinen Bändchen hat sich dank Abeggs Energie das dickbändige Werk entwickelt, von dem die jetzt erschienene Hälfte schon 240 Bogen umfaßt. Nur die Erkämpfung dieses sachgemäßen Umfanges hat bewirkt, daß man heute wohl an den meisten physikalischen Arbeitsstätten die anorganischen Stoffe in zwei Klassen einteilt: die einen sind schon im Abegg erschienen, und über sie ist man sicher, alles zu finden, was über sie bekannt ist, die anderen sind dort noch nicht erschienen, und von ihnen geben die Chemiebücher sicher das nicht an, was der Physiker gerade sucht. Die Durcharbeitung der Handbuchbeiträge hat Abegg übrigens immer mehr in der Ansicht bestärkt, die auch die meisten Physiker teilen werden, daß es nicht mehr zeitgemäß sein dürfte, die chemischen Ordinariate an Universitäten, wo nur ein solches besteht, ausnahmslos mit Organikern zu besetzen.

Von Abeggs Leistungen auf dem Gebiete der Chemie können weiter verzeichnet werden: die Übersetzung der Untersuchungen über die chemischen Affinitäten von Guldberg und Waage; eine Anleitung zur Berechnung volumetrischer Analysen; das mit W. Herz auf physikalisch-chemischer Grundlage aufgebaute „Chemische Praktikum", das alsbald ins Englische und Russische übersetzt wurde und nach 4 Jahren eine zweite Auflage erfuhr; in Gemeinschaft seines Schülers Sackur in der Sammlung Göschen veröffentlichte „Physikalisch-chemische Rechenaufgaben"; seit 1901 redigierte Abegg die Zeitschrift für Elektrochemie und schrieb darin gelegentlich feinsinnige Referate oder berichtete anschaulich über gelehrte Versammlungen.

Den Physiker interessieren aus der erheblichen Zahl Abeggscher Einzelarbeiten, die Göttinger Fragestellungen weiter verfolgen, seine Studien über Theorie der photographischen Entwicklung und die Natur des latenten Bildes. Bemerkenswert ist ihm auch Abeggs Hinweis, daß der Temperatureinfluß auf die Entwicklungsgeschwindigkeit animalischen Lebens für eine Reihe kaltblütiger Tiere nicht schlecht mit dem für die verschiedensten chemischen Prozesse nahezu gleichen Temperaturkoeffizienten der Reaktionsgeschwindigkeit übereinstimmt.

Es wäre zu wenig gesagt, wenn man von der Vielseitigkeit der naturwissenschaftlichen Interessen Richard Abeggs sprechen wollte, vielmehr betrachtete Abegg direkt alle Vorgänge und alles Erleben von naturwissenschaftlich exaktem Standpunkte aus und suchte auch das Handeln des Alltaglebens möglichst von rationeller Technik beherrschen zu lassen. Vielleicht bringen dem, der Abegg nicht persönlich gekannt hat, ein paar Einzelbeispiele die

Folgerichtigkeit dieser Seite seines Wesens näher. Abeggs ständiger Begleiter war der Rechenschieber. Er, der chemische Fachmann, wählte als Vortragsthema in der Schlesischen Gesellschaft für vaterländische Kultur die mechanischen Rechenhilfsmittel nach logarithmischem Prinzipe. — Daß er nie Interesse für Geschichte gehabt habe, schreibt er beachtenswerterweise in einem Briefe, der weiterhin von „Bewunderung der Pracht alter großer Zeiten in Pisa und Florenz" erfüllt ist. — In der „Flamme", dem Organ der Vereine für Feuerbestattung, spricht sich Abegg gegen die Beisetzung von Aschenresten aus. Wir lesen dort: „Mir selbst würde es jedenfalls kein besonders willkommener Gedanke sein, wenn der doch unaufhaltsame Verteilungsprozeß der stofflichen Überbleibsel meines Körpers durch eine Urne künstlich verzögert wird, die doch nicht ewig stehen bleibt, sondern früher oder später pietätlosen Händen anheimfällt". — Als Abegg durch Vorführungen im Freundeskreise die hypnotische Zurückversetzung in frühere Zeiten kennen gelernt hatte, da dachte er allen Ernstes daran, diese Erscheinung zum Niederschreiben von Erinnerungen an eine mehrere Jahre zurückliegende Reise nach Lappland auszunutzen. Doch dürfte der später im Kirner Anzeiger erschienene unterhaltsame Bericht schließlich ohne das originelle technische Hilfsmittel zu Papier gebracht worden sein —. Bei Abeggs eifrigem Betriebe von Ballonfahrten und seiner Gründung des Schlesischen Vereins für Luftschiffahrt wirkten wissenschaftlich physikalische Interessen stark mit. Die ersten Fragen in der Abegg-Sackurschen Aufgabensammlung beziehen sich auf Luftballons. In Bescheidenheit hat Abegg öfters geäußert, vielleicht könne er durch Förderung der Luftschiffahrt der Menschheit mehr nützen als mit der Chemie. Er teilte die verbreitete Ansicht, daß eine in genügend großer Höhe gerissene Ballonhülle durch Fallschirmwirkung einen gefahrdrohend beschleunigten Absturz des Korbes hindere. Bei dem Unglücke, dem er am vierten April in der Nähe von Köslin zum Opfer fiel, hat die Ansicht keine Bestätigung gefunden. Sollten darauf hin systematisch unternommene Fallversuche mit unbemannten Ballons zu Vorrichtungen führen, die vor solchen Katastrophen schützen, so würde eine Seite der Abeggschen Äußerung in anderem Sinne erfüllt werden, als sie vermutlich gemeint war.

Von allen Seiten wird als Abeggs hervorragendste Eigenschaft seine ganz erstaunliche Leistungsfähigkeit gerühmt. Sie stand scheinbar in gewissem Gegensatze zu einer fast bedächtig ruhigen Art zu sprechen, einem liebenswürdigen und humorvollen Sichgeben, das immer und für jeden Zeit hatte. Ohne ungewöhnliche Raschheit des Urteils und gewandte leichte Feder ist ein Lebenswerk wie das Abeggs natürlich nicht zu leisten. Dazu kam bei ihm aber eine Gesundheit, die jeweils einen 24stündigen Arbeitstag einzuschalten erlaubte, und außerdem eine seltene Praxis peinlichster Ordnung in wissenschaftlichen wie bürgerlichen Dingen, äußerlich unterstützt durch alle Art Registratoren, innerlich durch ein vorzügliches Gedächtnis. Abegg gehörte zu den wenigen Menschen, die nichts auf morgen verschieben, was heute getan werden kann. Ja er wartete mit nichts bis halb acht Uhr, was sich um sieben hätte erledigen lassen.

1900 hatte Abegg einen Ruf nach Kristiania als Nachfolger Waages abgelehnt und bekam dafür in Breslau einen Assistenten bewilligt. Später ernannte ihn die Gesellschaft der Wissenschaften in Kristiania zum Mitgliede. 1907 erhielt er eine offizielle Einladung zur British Association nach Leicester, um in der Diskussion über Valenz zu sprechen. 1909 wurde er zum Ordinarius an der neu zu gründenden Hochschule in Breslau ernannt und zum Direktor des Instituts für physikalische Chemie, dessen Einrichtung er schon vorher mit ganzer Hingabe begonnen hatte und dessen Eröffnung er nicht mehr erleben sollte.

Bei der Einäscherungsfeierlichkeit in Hamburg sprachen außer dem Geistlichen: Prof. Askenasy-Karlsruhe im Namen der Deutschen Bunsengesellschaft, Prof. Cohen-Utrecht und Prof. Marie-Paris im Namen des Komitees und des Ausschusses der Tables annuelles physico-chimiques, zu deren Mitglied Abegg gewählt war, Dr. med. Kunike-Breslau als Vertreter des Schlesischen Vereins für Luftschiffahrt und Dr. med. Julius Schmid-Charlottenburg für die Verbindung „Igel", der Abegg in Tübingen angehört hatte. Cohen betonte, wie Abegg sich immer als the right man on the right place bewährt habe, wo immer er auf wissenschaftlichem Gebiete tätig gewesen sei.

Eine große Zahl hervorragender Männer verschiedenster Berufskreise erläßt den Aufruf zu einer Stipendienstiftung, die den Namen Richard Abegg an der Technischen Hochschule und an der Universität Breslau dauernd fortleben lassen soll.

Ich glaube nicht, daß es in Abeggs Sinn wäre, wenn diesen biographischen Notizen noch Worte darüber hinzugefügt würden, was Familie, was Freunde, Schüler und Angestellte menschlich an ihm gehabt und an ihm verloren haben. Wem Richard Abegg Freund war, dem war er wirklich Freund.

Th. Des Coudres.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über einen besondern Typus diskontinuierlicher Emissionsspektra fester Körper[1]).

Von E. Goldstein.

Wie ich bereits bei anderer Gelegenheit mitteilte[2]), können feste oder durch Abkühlung zum Erstarren gebrachte flüssige aromatische Verbindungen bei tiefen Temperaturen unter dem Einfluß der Kathodenstrahlen im allgemeinen drei ganz verschiedene Leuchtspektra zeigen. Die drei Spektra derselben Substanz bezeichne ich als Vorspektrum, Hauptspektrum und Lösungsspektrum. Sie beginnen sämtlich im tiefen Rot. Die Hauptspektra brechen im sichtbaren Teil spätestens bei λ 460 ab, die beiden anderen Spektra sind daselbst länger. Über die ultravioletten Anteile soll besonders berichtet werden.

Das Vorspektrum ist am hellsten in den ersten Augenblicken der Bestrahlung. Bei fortgesetzter Bestrahlung erblaßt es stark, und das für die einzelne Substanz besonders charakteristische Hauptspektrum[3]) tritt auf. Das Lösungsspektrum zeigt sich, wenn eine Substanz in anderen Medien gelöst und die Lösung (bzw. Schmelze) in erstarrtem Zustande bestrahlt wird. Sein Leuchten überdauert vielfach die erregende Bestrahlung in großer Helligkeit erhebliche Zeit. Die Hauptspektra erlöschen merklich zugleich mit der Bestrahlung.

Sehr charakteristische, von dem Vorspektrum und dem Hauptspektrum der Substanz ganz verschiedene diskontinuierliche Lösungsspektra erhält man von zwei- und mehrkernigen, besonders von „kondensierten" aromatischen Substanzen (Naphthalin-, Chinolin-, Anthrazengruppe usw.). Beispiele von Lösungsspektren habe ich in dem zitierten Vortrag angeführt. Als Lösungsmittel eignen sich u. a. besonders Chlorbenzol, benzoesaures Methyl, Toluol, die Xylole, Pyridin, Anilin usw., weniger gut Körper der Fettreihe, z. B. Äthylalkohol, Äther, Chloroform, Tetrachlorkohlenstoff. Den Lösungsspektren entspricht verschiedenfarbige Gesamtemission der gemischten Substanzen, Grün, Grüngelb, Blau usw. Die Lösungsspektra selbst haben sehr verschiedenen Habitus, und die Verteilung ihrer Einzelbanden zeigt vielfach keine erkennbare Regelmäßigkeit.

Bisweilen erscheinen Vorspektrum oder Lösungsspektrum einer Substanz kontinuierlich. In der einkernigen aromatischen Gruppe, also bei den unmittelbaren Derivaten des Benzols, sind die Vorspektra sehr häufig diskontinuierlich. Dabei tritt meist ein ganz bestimmter, aus sechs Bandengruppen bestehender Spektraltypus auf, der durch gleichartigen Bau der sechs Gruppen und ihre nahe gleichmäßige Verteilung über das sichtbare Spektrum den Eindruck besonderer Regelmäßigkeit macht. Jede der sechs Gruppen pflegt aus drei bis vier Banden von unter sich verschiedener Breite und Helligkeit zu bestehen, die aber nach Breite, Helligkeit und Abständen in jeder der sechs Gruppen in gleicher Weise wiederkehren. Solche Sechsgruppenspektra zeigen bei tiefen Temperaturen (Kühlung durch flüssige Luft) als Vorspektra z. B. die Metatoluylsäure, die Mesitylensäure[1]), Toluol, die Chlortoluole und viele andere Körper der einkernigen Gruppe. Dagegen erscheinen in der nämlichen Gruppe die Lösungsspektra kontinuierlich (z. B. bei Lösungen einkerniger Säuren und Aminobasen), oder sie stimmen in ihrem Bau mit den Hauptspektren ganz überein, wie z. B. die gelösten Kohlenwasserstoffe. Eine besondere Stellung nehmen in der Gruppe aber die Aldehyde und Ketone ein, worüber im folgenden eingehender berichtet werden soll.

Vorspektra vom Sechsgruppentypus, für jede Substanz in anderen Wellenlängen, besitzen u. a. auch die drei isomeren Dimethylbenzole (Metaxylol, Orthoxylol und Paraxylol). Sie leuchten in den ersten Augenblicken mit mildem blauen Licht, das zugehörige Sechsgruppenvorspektrum erblaßt aber wie das blaue Licht sehr schnell. Fügt man nun z. B. zu Paraxylol eine ganz geringe Menge Benzaldehyd, indem man etwa in 1 ccm Paraxylol ein kurzes Stück eines mit Benzaldehyd benetzten Glasfadens taucht, und bestrahlt die durch flüssige Luft erstarrte Masse, so ist durch den geringen Aldehydzusatz ihr Verhalten auffallend geändert. Die vorher nur mild leuchtende Substanz gibt jetzt äußerst intensives, bei geeigneter Mischung direkt blen-

1) Aus den Verh. d. D. Phys. Ges. vom 18. März 1910.

2) Vortrag vor der British Association in Winnipeg am 28. Aug. 1909, abgedruckt in Report of the British Association Meeting for 1909, Referat in dieser Zeitschr. 10, 773, 1909.

3) Von den früher (Verh. d. D. Phys. Ges. 4, 156, 185, 1904) von mir beschriebenen Spektren aromatischer Körper gehören zu den Hauptspektren z. B. die Spektra der Xylole, das Achtstreifenspektrum des Naphthalins, die Spektra der Methylnaphthaline, auch der übrigen Naphthalinderivate u. a. m.

1) Die nach Violett gekehrten Kanten der hellsten Bande in jeder der sechs Gruppen haben für Metatoluylsäure die Wellenlängen:

394—426—460—497—540—etwa 590;

für die Mesitylensäure sind die entsprechenden Wellenlängen:

400—435—470—510—545—etwa 590.

Für Orange und Rot sind die Messungen im prismatischen Spektrum natürlich am unsichersten.

dendes, blauweißes Licht aus. Das Spektrum hat ganz den Sechsgruppenhabitus, wie das Vorspektrum des Paraxylols, und auch seine Wellenlängen scheinen von denen des Paraxylols nur wenig abzuweichen. Jedoch dauert das Sechsgruppenspektrum jetzt sehr erheblich länger in großer Helligkeit an als das Vorspektrum des ungemischten Paraxylols.

Es sieht also zunächst aus, als wenn durch den kleinen Aldehydzusatz das Vorspektrum des Paraxylols selbst eine Änderung, hauptsächlich in seiner Helligkeit und Dauer, erlitten hätte.

Untersucht wurde nun, ob ein gleicher Effekt durch einen kleinen Benzaldehydzusatz auch bei anderen Substanzen hervorgerufen wird. Es ergab sich, daß die Erscheinung des grellen Weißblaulichtes mit einem Sechsgruppenspektrum durch den kleinen Aldehydzusatz auch veranlaßt wird bei vielen anderen aromatischen Kohlenwasserstoffen. Sie tritt zwar nicht bei dem Grundgliede der Reihe, dem Benzol auf, wohl aber bei seinen Homologen, z. B. bei Toluol (Methylbenzol), ferner außer bei Paraxylol auch bei Ortho- und Metaxylol, bei Mesitylen (Trimethylbenzol), bei Durol (Tetramethylbenzol), auch bei den durch Einführung der Äthyl- und Propylgruppe (statt des Methyls) substituierten Benzolhomologen usw. Der Effekt tritt nicht auf bei Aminobasen, Phenolen und Säuren. In großer Schönheit aber geben ihn die Ester der Säuren und der Phenole, z. B. Benzoesäuremethylester und Metakresolmethylester. Dabei treten vielfach schon erhebliche Abweichungen von den Wellenlängen der Vorspektra der ungemischten Substanzen auf. Nitroderivate (Nitrobenzol, Nitrotoluol) zeigen die Erscheinung nicht, dagegen viele mit ihnen analog gebaute Halogenderivate (z. B. Chlorbenzol, Brom-, Jod- und Fluorbenzol, auch die drei isomeren Chlortoluole usw.). Von den zuletzt genannten Substanzen zeigen die Chlortoluole schon für sich ein Sechsgruppenvorspektrum. Das Chlorbenzol aber gibt ungemischt ein kontinuierliches Vorspektrum. Dabei ist sein Leuchten ein sehr mattes, und noch matter ist das Licht, welches ungemischter Benzaldehyd aussendet. Trotzdem gibt aber die Mischung von Chlorbenzol mit ein wenig Benzaldehyd ebenfalls das blendend helle Leuchten mit einem typischen Sechsgruppenspektrum. Jede Gruppe enthält drei Banden von unter sich verschiedener Breite und Helligkeit, die aber in jeder der sechs Gruppen ganz analog wiederkehren. Die nach Violett gekehrten Kanten der hellsten Banden jeder Gruppe haben die Wellenlängen

400—432—466—503—548—etwa 610.—

Wie man an Stelle des Xylols nach dem Vorhergehenden eine ganze Reihe anderer Substanzen benutzen kann, so kann auch der Benzaldehyd mit gleichem Effekt durch andere Verbindungen ersetzt werden. Zunächst kann man eine Reihe der vorerwähnten Körper statt mit Benzaldehyd mit einem der drei isomeren Toluylaldehyde „impfen". Die Toluylaldehyde haben die Formel $C_6H_4 \cdot CH_3 \cdot CHO$. Sie entstehen aus dem Benzaldehyd $C_6H_5 \cdot CHO$ also durch Einführung einer Methylgruppe in den eigentlichen Benzolkern an Stelle eines H-Atoms. Aber ebenso werden die Sechsgruppenspektra auch hervorgerufen durch die sog. Ketone, also Körper wie z. B. $C_6H_5 \cdot CO \cdot CH_3$, die durch Einführung einer Methyl-, Äthyl- usw. Gruppe nicht in den Benzolkern, sondern in die außerhalb desselben stehende „Seitenkette" entstehen. — Das eben angeführte $C_6H_5 \cdot CO \cdot CH_3$ ist das Azetophenon. Das reine Azetophenon gibt in den Kathodenstrahlen helles weißgrünes Licht und hat einen Spektralhabitus, der (mit individuell verschiedenen Wellenlängen) auch bei einer Reihe anderer Ketone und ihnen im Bau nahestehenden Körpern wiederkehrt, nämlich eine Reihe von dicht aneinander anschließenden, von Rot bis ins Violett reichenden, beiderseits etwas verwaschen begrenzten Kannelierungen von gleichartigem Aussehen, welche viel breiter sind als die Kannelierungsstreifen in den Hauptspektren der Kohlenwasserstoffe (Benzol, Toluol, Xylole, Durol usw). Die nach Violett gekehrten Grenzen der Azetophenonstreifen haben die Wellenlängen:

435—450—463—480—500—515—532,

weiterhin bis ins Rot ist die Sonderung der einzelnen Kannelierungen für Messungen nicht bestimmt genug.

Setzt man nun zu Benzoesäuremethylester ein wenig Azetophenon, so erhält man wieder intensives blaues Licht und ein Spektrum, das weder mit dem Spektrum des Esters, noch mit dem Azetophenonspektrum irgendwelche Ähnlichkeit besitzt, sondern wieder die typische Sechsgruppenform zeigt. Die Wellenlängen für die Violettkanten der sechs Hauptmaxima sind:

414—444—450—520—568 etwa 610.

Substituiert man im Benzaldehyd den Wasserstoff der Seitenkette durch die Phenylgruppe, so erhält man das Benzophenon, $C_6H_5 \cdot CO \cdot C_6H_5$, also ein Keton mit zwei Benzolkernen. Das Benzophenon hat ein ganz ähnlich gebautes Spektrum wie das Azetophenon und leuchtet ebenfalls mit weißgrünem Licht. Ein Zusatz von Benzophenon zu Chlorbenzol erzeugt wieder weißblaues Licht mit hellem Sechsgruppenspektrum, dessen Wellenlängen für die hellsten Kanten sind:

427—458—500—535—585.

Chlorbenzol mit etwas Phthalaldehyd zeigt die Violettkanten der hellsten Streifen bei:

413—442—480—520—552—Rot.

Allgemein: werden zu einem aromatischen Kohlenwasserstoff, seinen Chlorsubstitutionsprodukten oder seinen Nitrilen der Reihe nach verschiedene Aldehyde oder Ketone hinzugefügt, so zeigen die resultierenden Spektra entsprechend mehr oder weniger große Abweichungen in den Wellenlängen.

Die durch diese und ähnliche Mischungen erzeugten Spektra, welche ganz den Bau der Vorspektra gewisser ungemischter Substanzen haben, aber nur erzeugt werden bei Einführung kleiner Zusätze in andere Substanzen, mögen weiterhin als induzierte Vorspektra bezeichnet werden. Sie zeigen, auch abgesehen von dem Bau, die Eigenschaften der Vorspektra ungemischter Substanzen in allen vergleichbaren Beziehungen:

Die Leuchtfarbe bei der Emission der induzierten Vorspektra ist stets blau. Dasselbe gilt aber auch von dem Anfangsleuchten der ungemischten aromatischen Körper, denen das gewöhnliche Vorspektrum entspricht, obwohl auch das letztere, im tiefen Rot beginnend, sich durch alle Farben des Spektrums hindurchzieht. Bei der Emission der Hauptspektra dagegen können die Substanzen alle möglichen Leuchtfarben zeigen (Grün, Gelb, Orange usw.). — Die induzierten Vorspektra haben ferner mit den gewöhnlichen Vorspektren die Eigenschaft gemein, nach dem Aussetzen der erregenden Kathodenstrahlen noch etwas nachzuleuchten, wogegen, wie bereits erwähnt, das Hauptspektrum mit der erregenden Strahlung merklich zugleich erlischt. Während ferner die Hauptspektra der aromatischen Körper sich bisher nur durch Kathodenstrahlen erzeugen ließen, sind ihre Vorspektra auch durch rein optische Bestrahlung hervorzurufen. Dasselbe gilt aber auch von den induzierten Vorspektren[1]). Endlich verhalten sich die induzierten Vorspektra unter dauernder Einwirkung der Kathodenstrahlen analog wie die gewöhnlichen Vorspektra, indem sie bei lange fortgesetzter Bestrahlung allmählich ebenfalls blasser und blasser werden, während wieder das Hauptspektrum der überwiegenden Komponente der Mischung erscheint und immer heller wird.

Zu entscheiden bleibt nun die Frage: Sind die induzierten Vorspektra modifizierte Vorspektra der in den Mischungen die Hauptmasse bildenden Xylole, Ester, Chlortoluole usw., oder sind sie vielleicht modifizierte Spektra der in minutiösen Mengen zugesetzten Aldehyde und Ketone? Die Entscheidung ergibt sich durch die Beobachtung, daß die induzierten Vorspektra auch erzeugt werden können, wenn man kleine Aldehyd- oder Ketonmengen in gewisse Verbindungen aus der Fettkörperreihe („aliphatische" Substanzen) einbringt. Z. B. treten die Sechsgruppenspektra auch auf bei verdünnten Lösungen von Benzaldehyd oder Benzophenon in Äthylalkohol, Äthyläther, Tetrachlorkohlenstoff, Chloroform usw. Da nun aliphatische Substanzen für sich niemals im sichtbaren Teil diskontinuierliche Spektra zeigen, so darf man mit Wahrscheinlichkeit schließen, daß die bei ihrer Mischung mit aromatischen Aldehyden auftretenden diskontinuierlichen Spektra den Aldehyden angehören und durch die Lösungsmittel nur modifiziert sind. Die Bündigkeit des Schlusses wird verstärkt durch die weitere Erfahrung, daß, wenn man Körper aus verschiedenen chemischen Gruppen der aromatischen Reihe miteinander kombiniert, stets nur solche Kombinationen ein induziertes Vorspektrum zeigen, deren eine Komponente ein Aldehyd oder Keton ist.

Von den zahlreichen Aldehyden und Ketonen, die sich als wirksam erwiesen haben, seien außer den schon erwähnten hier angeführt: Phthalaldehyd, Salizylaldehyd, Zimtaldehyd, Phenylazetaldehyd, Cuminol, Paramethyltolylketon, Para- und Orthotolylphenylketon, Benzylmethylketon, Pentadezylparatolylketon, Desylazetophenon, Dibenzylketon, Propylphenylketon, Phthalophenon (normales und iso-) und Äthylphenylketon.

Man sieht hieraus, daß zu den wirksamen Ketonen außer dem schon erwähnten Benzophenon auch noch andere mehrkernige Ketone gehören. In ihnen sind zwei bzw. drei vollständige Ringe von je sechs Kohlenstoffatomen miteinander verknüpft, aber nicht kondensiert, d. h. die verschiedenen Ringe haben kein C-Atom gemeinsam. Kondensierung findet z. B. in der Naphthalingruppe statt. Aldehyde und Ketone mit kondensierten Kernen sind für die Erzeugung der Sechsgruppenspektra unwirksam (Naphtholaldehyd und Naphthylphenylketon). Als wirksame Lösungsmittel können mehrkernige Substanzen mit verknüpften Kernen dienen (z. B. Dibenzyl). Unwirksam aber sind Lösungsmittel mit kondensierten Kernen (Naph-

1) Die Entstehung der diskontinuierlichen Vorspektra beruht also nicht auf einem Zustande, der erst durch die Einwirkung der Kathodenstrahlen hervorgerufen wird. Auch der feste Zustand der Körper ist neben der Bestrahlung noch keine hinreichende Bedingung dafür. Denn z. B. die feste Metatoluylsäure gibt bei mittleren Temperaturen ein kontinuierliches Spektrum des Blaulichtes, und erst bei tiefen Temperaturen, und desto schärfer, je tiefer die Temperatur ist, tritt ihr diskontinuierliches Vorspektrum hervor. Andere Beispiele des Einflusses der Temperatur in einer ausführlicheren Übersicht über das Gebiet.

thalin und seine Derivate) für die Erzeugung induzierter Vorspektra.

Daß schon sehr kleine Aldehydmengen ein helles induziertes Vorspektrum veranlassen, wurde bereits erwähnt. Ich habe eine Anzahl Versuche angestellt, um die Empfindlichkeit dieser Spektralreaktion näher zu prüfen. Es ergab sich dabei, daß z. B. ein Zusatz von $^1/_{100000}$ Benzaldehyd zu Chlorbenzol das induzierte Vorspektrum noch so deutlich hervorruft, daß seine Wellenlängen bequem gemessen werden können. — Steigert man die zugesetzte Menge der Aldehyde, so gelangt man für die Lichtintensität zu einem Optimum, das z. B. für die Mischungen mit Benzaldehyd bei einem Zusatz von einigen Tausendsteln des Aldehyds liegt. —

Oben hatte sich gezeigt, daß die induzierten Vorspektra wesentliche Charaktere der gewöhnlichen Vorspektra besitzen. Aber sie zeigen andererseits auch Beziehungen zu den Lösungsspektren der mehrkernigen und der kondensierten Substanzen.

Zunächst läßt unmittelbar ihre Erzeugung durch Einbringen kleiner Aldehydmengen an die Deutung als eine Art Lösungsspektra denken. Die Reaktionsempfindlichkeit für Lösungsspektra ist von gleicher Ordnung wie für induzierte Vorspektra. Man kann $^1/_{100000}$ Naphthalin, in Chlorbenzol gelöst, noch leicht an den Wellenlängen seines Lösungsspektrums erkennen. Auch die Lösungsspektra können ohne Zuhilfenahme der Kathodenstrahlen durch rein optische Strahlungen hervorgerufen werden und zeigen dann die Erscheinungen langdauernder, kräftiger Phosphoreszenz. Um das diskontinuierliche Phosphoreszenzspektrum z. B. der erstarrten Lösung von Naphthalin in Chlorbenzol hervorzurufen, kann man einfach das Licht einer mit verdünnter Luft gefüllten engen Geißlerschen Röhre benutzen. Um ihre Wirkung zu kräftigen, kann man ihr *U*-Form geben und die gefrorene Lösung in einem Reagenzglas in die entsprechend weite *U*-Krümmung bringen. Mittels der gleichen einfachen Vorrichtung läßt sich, wo andere wirksame Quellen kurzwelligen Lichtes nicht zur Verfügung stehen, nachweisen, daß die induzierten Vorspektra durch optische Strahlen hervorzurufen sind. Um hierbei das Phosphoreszenzspektrum während der Belichtung zu erkennen, kann man die Geißlersche Röhre aus tiefblauem Glase herstellen, so daß ihre Eigenhelligkeit zum Teil, aber nicht in den wirksamsten Strahlen, geschwächt erscheint. Sonach bestehen Ähnlichkeitsbeziehungen zwischen den induzierten Vorspektren von Mischungen einerseits sowie den gewöhnlichen Vorspektren ungemischter Substanzen und den Lösungsspektren kondensierter Körper andererseits. Die Anregung liegt nahe, eine gemeinsame Erklärung aufzusuchen: Die scheinbare spektrale Sonderstellung der Aldehyde und Ketone hängt vielleicht zusammen mit ihrer bekannten Neigung, sich zu polymerisieren. Vielleicht darf man daher vermuten, daß in den vorliegenden Versuchen die Aldehyde und Ketone unter dem Einfluß der tiefen Temperatur sich völlig oder zu einem großen aliquoten Teil polymerisieren. Die induzierten Vorspektra könnten dann als Lösungsspektra der polymeren Anteile angesehen werden. Es ist ferner vielleicht nicht unrationell, zu vermuten, daß bei sehr tiefen Temperaturen auch die Kohlenwasserstoffe, Chloride, Säuren usw. sich polymerisieren, aber zu einem viel kleineren aliquoten Teil als die Aldehyde. Die geringen polymeren Anteile bleiben in fester Lösung in der unveränderten Hauptmasse suspendiert und ihre Lösungsspektra wären die gewöhnlichen Vorspektra. Wenn die Kohlenwasserstoffe, Säuren usw. nur zu einem sehr kleinen Teil polymerisiert werden, so befinden sich beim Auflösen in einem anderen Medium ihre polymeren Anteile in einer potenzierten Verdünnung im Vergleich zu den starken polymeren Quoten gelöster Aldehyde. Es würde sich dann erklären, daß zwar die Lösungsspektra der Aldehyde, aber nicht auch die der übrigen polymerisierten Verbindungen hinreichend hell zur Wahrnehmung sind. Die dann noch verbleibenden Unterschiede zwischen Vorspektren und Lösungsspektren sollen bei anderer Gelegenheit erörtert werden. —

Für die Ausführung der hier erwähnten Versuche konnten auch Mittel benutzt werden, welche mir aus der Jagor-Stiftung gewährt worden sind. Dem Stiftungskuratorium danke ich auch an dieser Stelle bestens für ihre Gewährung.

Während meiner Untersuchungen über die Spektra der aromatischen Körper wurde ich von zahlreichen Chemikern durch Überlassung käuflich nicht erreichbarer Präparate unterstützt. Für besonders hervorragende Gefälligkeit bei der Neudarstellung und Reinigung von Präparaten möchte ich schon bei diesem vorläufigen Bericht Herrn Geheimrat C. Liebermann (Charlottenburg) herzlichen Dank aussprechen.

(Eingegangen 21. April 1910.)

Über die Dispersion im elektrischen Spektrum des Petroleums.

Von N. Obolénsky.

Im Laufe der Jahre 1906—1908 wurden im Journal der Russischen Physikalischen Gesellschaft

die Untersuchungen von A. R. Colley über die Dispersion der elektrischen Wellen in Wasser, Äthylalkohol, Benzol, Toluol und Azeton veröffentlicht[1]). Die von ihm vorgeschlagene Methode bestand in einer Veränderung des Drudeschen Verfahrens. Die hauptsächlichsten Vorzüge dieser Methode bestehen in großer Genauigkeit, mit der die Bestimmungen des Brechungsindex ausgeführt werden können (mindestens 0,1 Proz.), und in der Möglichkeit, schnell und bequem auf den Drähten beliebige und gleichzeitig streng bestimmte Wellenlängen im breiten Intervall des Spektrums zu erhalten. A. R. Colley schlug mir vor, die Dispersion im elektrischen Spektrum einiger Flüssigkeiten — in erster Linie des Petroleums — zu untersuchen, nach der Methode, die er selbst bei Untersuchung der Spektren des Benzols und Toluols angewandt hatte[2]). Die Gründe, die dazu veranlaßten, die Wahl des Petroleums zu treffen, waren folgende: Die Untersuchung von A. R. Colley hatte gezeigt, daß sich im Toluolspektrum ein Dispersionsstreifen vorfindet, welcher seiner Lage nach mit einem gleichen Streifen im Azetonspektrum identisch ist. Im Benzolspektrum ist dieser Streifen nicht vorhanden. Es lag daher nahe, anzunehmen, daß dieser Streifen der Methylgruppe angehört. Wäre es so, so müßte das Petroleum (kaukasisches Petroleum), welches aus einem Gemisch von Naphthenen besteht und die Methylgruppe in bedeutender Menge erhält, trotz seines kleinen Brechungsindex auch in diesem Teil des Spektrums Dispersionsstreifen, unter anderen auch den „Methylstreifen", aufweisen.

Diese Frage sollte durch das Experiment entschieden werden. Außerdem werden öfters beim Arbeiten mit elektrischen Wellen Teile der schwingenden Systeme, deren Perioden weiter gemessen werden, in das Petroleum gelegt; es erschien daher auch von dieser Seite interessant, sich mit dem Charakter des Petroleumspektrums näher bekannt zu machen.

Von zwei in den Arbeiten von A. R. Colley beschriebenen Anordnungen ist die erste benutzt worden, dabei in der Form, bei der das erregende System sich in Luft befindet, und auf die Drähte innerhalb der Wanne, welche den Vibrator enthält, eine Brücke in solcher Lage aufgelegt wird, daß das durch die Brücke abgeschnittene System eine bedeutend kleinere Periode hat als das des Vibrators. Die Messungen des Brechungsindex wurden in einer Wanne, welche aus Glasscheiben zusammengestellt und mit Siegellack gekittet war, ausgeführt. Die Dimensionen der Wanne waren $970 \times 50 \times 80$ mm[3]. Die Drähte verliefen über dem Boden der Wanne in einer Höhe von 35 mm. Die Vorderwand der Wanne hatte eine Dicke von 1,1 mm. Der Abstand zwischen den Drähten betrug 15 mm. Der Brechungsindex wurde aus den Lagen des ersten, zweiten, dritten, und für kürzere Wellen auch des vierten Knotens relativ zur Flüssigkeitsgrenze einzeln bestimmt.

Diese Werte sind, wie es A. R. Colley gezeigt hat, und wie es auch aus der unten angeführten Zeichnung (Fig. 1) und den Tabellen zu ersehen ist, nur in dem Teile des Spektrums untereinander gleich, welcher dispersionsfrei ist, nur für diesen Teil erweist es sich daher zulässig, den Brechungsindex aus der relativen Lage der Knoten in Flüssigkeit zu bestimmen. In der Mehrzahl der Fälle wurde daher die Wellenlänge in Petroleum auf Grund der Knotenlagen relativ zur Flüssigkeitsgrenze bestimmt. Für die Genauigkeit der Messungen ist bei solchem Verfahren von Wichtigkeit: 1. die Vorderwand der Wanne möglichst genau in den wahren Knoten zu legen, 2. die Größe der Brückenverkürzung in der Flüssigkeit zu kennen. Für die Größe der Brückenverkürzung in Petroleum bei einem Abstand zwischen den Drähten von 15 mm und bei Plattenbrücken wurde als provisorischer Wert 3,5 mm angenommen. Als in der Folge das dispersionsfreie Gebiet entdeckt wurde, war es leicht, die Korrektion zu bestimmen, die es ermöglichte, aus den Ablesungen der Skala direkt die Wellenlänge zu erhalten. Die daraus berechnete Brückenverkürzung erwies sich der als vorläufig gebrauchten naheliegend.

Um festzustellen, in welchem Maße ein Fehler in der Lage der Flüssigkeitsgrenze die Genauigkeit der Messungen beeinflussen kann, wurde folgender Versuch angestellt. Die Flüssigkeitsgrenze wurde um 5 mm aus der wahren Knotenlage dem Vibrator genähert, ebenfalls um 5 mm in entgegengesetzter Richtung verschoben. Es ergab sich, daß im ersten Falle der Brechungsindex um einiges kleiner, im zweiten um etwas größer als der richtige war. Dabei ist der Fehler bei Bestimmungen aus der ersten Knotenlage am größten und erreicht die Größe von 1,2 Proz., bei Bestimmungen aus der zweiten Knotenlage betrug der Fehler 0,9 Proz., bei Bestimmungen aus der dritten Lage 0,5 Proz. (Für $\frac{\Lambda}{2}$ in Luft $= 299{,}98$ mm.) Da die Lage des ersten Knotens in Luft auf 0,5 mm genau bestimmt werden konnte, ist zu schließen, daß der zu untersuchende Fehler 0,1 Proz. vom Werte des Brechungsindex nicht überschreitet.

Für Bestimmungen aus dem zweiten und

1) Vgl. diese Zeitschr. 10, 329, 471, 657, 1909; 11, 324, 1910.

2) Diese Zeitschr. 11, 324, 1910.

dritten Knoten ist dieser Fehler entsprechend kleiner.

Bei Ausführung der Messungen ist zu beachten, daß das System, welches durch die bewegliche Brücke in Flüssigkeit und die hintere Flüssigkeitsgrenze abgegrenzt ist, weder auf die Welle des Vibrators noch auf die Welle des erregenden Systems resonieren kann. Um in diesem Falle mögliche Fehler zu vermeiden, wurde, analog wie es A. R. Colley gemacht hat, beim größten Teil der Messungen hinter der beweglichen Brücke in Flüssigkeit noch eine Brücke in geeigneter Lage aufgelegt.

Die Messungen wurden in gewöhnlichem Handelspetroleum, dessen spez. Gew. bei 20^0 0,8215 war, ausgeführt. Während der Untersuchung ist eine Eigenschaft des Petroleums zutage getreten, welche die Genauigkeit der Messungen nicht wenig beeinträchtigte. Es ergab sich nämlich, daß das Petroleum in recht hohem Grade hygroskopisch ist, und der Brechungsindex stieg beim Arbeiten mit einer bestimmten Portion mit der Zeit um einen recht merklichen Wert. So ergaben z. B. Messungen an einer frischen Portion Petroleum für Halbwellenlänge in Luft von 299,98 mm einen Brechungsindex von 1,4555 (in dem dispersionsfreien Spektrumteil). Zum Schluß der Untersuchung wurde der Brechungsindex für dieselbe Wellenlänge von neuem gemessen und = 1,4609 gefunden. Es wurde noch folgender Versuch angestellt. Der Brechungsindex wurde bei einer Halbwellenlänge in Luft von 300,53 mm gemessen und war = 1,4572; darauf wurde dem Petroleum Wasser zugeschüttet. Die Mischung wurde mehrere Male durchgeschüttelt und darauf zwei Tage sich selbst überlassen, damit das Wasser sich absetzen konnte. Nachdem wurde der obere Teil des Petroleums vorsichtig in die Wanne abgegossen und der Brechungsindex gemessen, der die Größe von 1,4671 erreicht hatte. Um den Einfluß der Feuchtigkeit einigermaßen zu vermindern, mußte von Zeit zu Zeit die Portion erneuert werden; aus den unten angeführten Daten ist aber leicht einzusehen, daß die Hygroskopität des Petroleums auf die Resultate dieser Untersuchung ohne Einfluß bleibt. Doch muß man sich zu den absoluten Werten der Brechungsindizes mit einiger Vorsicht verhalten; zweifellos mußte die Anwesenheit des Wassers diese Werte etwas beeinflussen. Diese Arbeit verfolgte aber nicht den Zweck, die absoluten Werte der Brechungsindizes möglichst genau zu bestimmen; wenn die Notwendigkeit darin bestanden hätte, so wären dazu besondere Vorsichtsmaßregeln zu treffen. Die Messungen wurden im Intervall zwischen 465 mm bis 281 mm Halbwellenlänge in Luft ausgeführt. Im untersuchten Spektrumteil sind aber nicht alle Teile gleich ausführlich gemessen worden. Nur wenige Gebiete enthalten eine genügende Anzahl von Beobachtungen, um auf Grund derselben Dispersionsstreifen in allen Einzelheiten zu erkennen.

Zum größten Teil wurden die Beobachtungen deshalb angestellt, um festzustellen, ob in dem zu untersuchenden Intervall des Spektrums Dispersionsstreifen vorhanden sind oder nicht. Hierbei erwies sich als bequemstes Kriterium dafür die Beobachtung, ob die aus dem ersten, zweiten usw. Knoten berechneten Wellenlängen gleich groß oder verschieden ausfallen.

Die Resultate der Messungen sind in der umstehend angeführten Tabelle I zusammengestellt. In der ersten Kolumne sind die Werte $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$ der Halbwellenlängen in Luft angegeben; in der zweiten $\left(\frac{\lambda_1}{2}\right)$, dritten $\left(\frac{\lambda_2}{2}\right)$, vierten $\left(\frac{\lambda_3}{2}\right)$ und fünften $\left(\frac{\lambda_4}{2}\right)$ Halbwellenlänge in Petroleum, die aus den Messungen der Lagen des ersten bzw. zweiten, dritten und für kleinere Wellenlängen auch des vierten Knotens relativ zur Flüssigkeitsgrenze berechnet sind; in der sechsten die Temperatur (t) der Flüssigkeit; in der siebenten, achten, neunten und zehnten (n_1, n_2, n_3, n_4) die Brechungsindizes, welche mit Hilfe von $\frac{\lambda_1}{2}$, $\frac{\lambda_2}{2}$, $\frac{\lambda_3}{2}$, $\frac{\lambda_4}{2}$ berechnet und auf $17{,}0^0$ reduziert sind. Für die dispersionsfreien Teile des Spektrums wird ein Mittelwert angegeben.

Die elfte Kolumne gibt die Reihenfolge, in welcher die Messungen ausgeführt worden sind, an. Die Formel für die Reduktion der Werte der Brechungsindizes auf $17{,}0^0$ ist unten gegeben. Fast alle Messungen der Tabelle I sind mit einer bestimmten Sorte Petroleum ausgeführt worden, nur im Zwischenraume $\frac{\lambda}{2} = 352{,}75$ und $\frac{\lambda}{2} = 335{,}39$ wurden die Beobachtungen mit einer anderen, aber durch ihre Eigenschaften der ersten sehr ähnlichen Petroleumportion gemacht. Die in diesem Zwischenraume eingeschlossenen Werte sind früheren Beobachtungen entnommen.

Die in der Tabelle angeführten Resultate sind als Kurven dargestellt. Die durch die Werte n_1 bestimmte Kurve ist in der Zeichnung durch eine stärkere Linie ausgezogen, die durch die Werte n_2 bestimmte durch eine schwächere Linie. Wie aus Fig. 1 zu ersehen ist, sind im zweiten Falle die Dispersionsstreifen weniger scharf ausgeprägt. Die Dispersionsstreifen auf

Tabelle I.

	$\frac{A}{2}$	$\frac{\lambda_1}{2}$	$\frac{\lambda_2}{2}$	$\frac{\lambda_3}{2}$	$\frac{\lambda_4}{2}$	t	n_1	n_2	n_3	n_4	No.
1	464,68	317,26	317,52	—	—	17.5	1,4649	1,4640	—	—	65
2	463.75	314,89	316,21	—	—	17.0	1,4727	1,4666	—	—	66
3	462,92	315,60	316,44	—	—	17.3	1,4669	1,4630	—	—	64
4	462,52	317,43	316,35	—	—	17,0	1,4571	1,4620	—	—	63
5	461,59	317 69	316,06	—	—	17,1	1,4529	1,4590	—	—	62
6	459,84	315,85	315,32	—	—	17,2	1,4560	1,4584	—	—	68
7	459,46	315,18	314,86	—	—	17.3	1,4578	1,4593	—	—	60
8	458,69	314,14	314.21	—	—	17,2	1,4608	1,4599	—	—	61
9	457,51	313.51	313.54	—	—	17.3	1,4594	1,4593	—	—	67
10	455,61	313,38	313.47	—	—	17,1	1,4583		—	—	50
11	451,35	309,76	309,90	—	—	16.7	1,4566		—	—	51
12	450,28	308,93	308,67	—	—	17,1	1,4581		—	—	52
13	447,91	307,10	307,19	—	—	16.2	1,4579		—	—	53
14	442,24	303,76	203.75	—	—	16.7	1,4558		—	—	54
15	436.04	299,30	299,28	—	—	15.4	1,4563		—	—	55
16	426,96	293,15	293,43	—	—	16,0	1,4546		—	—	58
17	421,42	289,56	289,50	—	—	15,8	1,4551		—	—	57
18	418,45	287,36	287,37	—	—	14,2	1,4551		—	—	81
19	414,74	284,90	284,87	—	—	17,2	1,4559		—	—	56
20	413,55	283,79	283,86	—	—	14,2	1,4560		—	—	77
21	411,89	281,49	282,17	—	—	14.2	1,4622	1,4587	—	—	76
22	410,73	279.47	280,75	—	—	14,0	1,4689	1,4618	—	—	79
23	409,50	283,49	281,67	—	—	14,0	1,4434	1,4527	—	—	80
24	408,66	281,70	280,72	—	—	14,0	1,4496	1,4546	—	—	78
25	405,19	280,13	278,53	—	—	14,0	1,4454	1,4537	—	—	74
26	404,55	276,89	277,50	—	—	14,2	1,4600	1,4568	—	—	75
27	403,71	277,77	276,95	—	—	16.5	1,4532	1,4575	—	—	71
28	402,56	278,02	276,90	—	—	16,1	1,4476	1,4534	—	—	72
29	401,24	276,73	275,48	—	—	16,2	1,4497	1,4562	—	—	70
30	400,33	273,13	274,87	—	—	17,0	1,4657	1,4564	—	—	73
31	399,66	275,27	274,11	—	—	16,0	1,4511	1,4576	—	—	69
32	398,19	271,08	273,38	—	—	16,0	1,4686	1,4562	—	—	49
33	395,74	271,01	272,54	—	—	18,6	1,4609	1,4526	—	—	59
34	381,13	259,19	260,33	260,79	—	16,9	1,4704	1,4640	1,4614	—	14
35	380,09	258,00	259,68	260,53	—	17,2	1,4733	1,4638	1,4590	—	13
36	376,44	257,10	258,17	258,62	—	16,5	1,4640	1,4579	1,4554	—	12
37	371,84	254,48	254,49	254,51	—	16,2	1,4608		—	—	11
38	367,82	252,18	252,02	252,13	—	17,0	1,4593		—	—	15
39	366,33	250,62	250,59	250,68	—	17,8	1,4616		—	—	10
40	363,15	248,99	248,09	248,93	—	17,6	1,4588		—	—	17
41	361,83	249,62	248,60	248,36	—	17,0	1,4495	1,4555	1,4568	—	22
42	359,83	246,27	247,01	247,36	—	17,2	1,4612	1,4569	1,4556	—	18
43	358,28	244,16	244,34	244,45	—	18,0	1,4678	1,4667	1,4660	—	21
44	356,66	241,88	243,02	243,42	—	18,0	1,4749	1,4680	1,4656	—	20
45	355,69	242,81	243,31	243,43	—	18,6	1,4655	1,4625	1,4617	—	19
46	352,75	240,18	241,56	241,68	—	16,0	1,4684	1,4604	1,4593	—	10
47	350,32	236,25	239,14	240,11	—	16,2	1,4825	1,4646	1,4587	—	9
48	346,29	237,54	237,00	236,80	—	16,1	1,4575	1,4597	1,4620	—	8
49	343,84	237,80	236,39	235,88	—	16,2	1,4456	1,4542	1,4574	—	7
50	340,45	233,67	233,31	233,23	—	17,1	1,4570	1,4592	1,4597	—	6
51	338,22	228,77	229,64	229,80	—	17,5	1,4786	1,4730	1,4720	—	3
52	337,75	227,65	228,49	229,31	—	16.1	1,4832	1,4777	1,4725	—	1
53	337,02	227,95	229,12	229,18	—	17,1	1,4785	1,4714	1,4705	—	4
54	336,10	228,37	228,95	229,26	—	16,2	1,4714	1,4677	1,4657	—	2
55	335,39	230,89	230,79	230,97	—	18,0	1,4530	1,4536	1,4525	—	5
56	334,45	228,24	228,39	228,41	—	16,2	1,4650	1,4641	1,4639	—	42
57	334,06	226,02	227.95	228,52	—	16,2	1,4777	1,4652	1,4615	—	44
58	333,80	225,53	227,50	228,14	—	16,3	1,4798	1,4658	1,4628	—	43
59	333,52	225,94	227,91	228,88	—	17,0	1,4761	1,4611	1,4574	—	41
60	333,06	228,09	229,33	229,39	—	16,7	1,4601	1,4522	1,4518	—	40
61	332,55	229,69	229,21	229,13	—	17,0	1,4478	1,4509	1,4514	—	39
62	332,11	228,27	228,82	228,95	—	17.0	1,4549	1,4514	1,4506	—	38
63	325,08	221,85	222,35	222,83	—	17.6	1,4655	1,4622	1,4591	—	18
64	323,12	220,83	221,16	221,67	—	17.7	1,4635	1,4611	1,4580	—	47
65	320,05	218,94	219,27	219,62	—	16,0	1,4614	1,4592	1,4569	—	45
66	316,32	217,82	217'49	217,35	—	16,1	1,4518	1,4540	1,4549	—	46
67	309,09	212,19	212,34	212,40	—	18,0	1,4571	1,4560	1,4556	—	35
68	308,06	210,07	211,25	211,54	—	17.0	1,4665	1,4582	1,4563	—	37
69	307,19	209,91	211,06	211,23	—	18,0	1,4638	1,4559	1,4547	—	36

Fortsetzung der Tabelle I.

	$\frac{A}{2}$	$\frac{\lambda_1}{2}$	$\frac{\lambda_2}{2}$	$\frac{\lambda_3}{2}$	$\frac{\lambda_4}{2}$	t	n_1	n_2	n_3	n_4	No.
70	306,58	210,28	210,64	210,72	210,76	19,4	1,4589	1,4564	1,4558	1,4556	34
71	304,39	209,19	209,18	209,14	209,22	17,2	—	1,4553		—	33
72	302,26	207,66	207,76	207,85	207,75	18,4	—	1,4554		—	32
73	300,00	206,02	206,22	206,08	206,08	17,0	—	1,4558		—	31
74	299,22	205,60	205,67	205,63	205,61	17,1	—	1,4553		—	23
75	298,15	204,83	204,82	204,81	204,81	16,8	—	1,4556		—	30
76	294,38	202,20	202,25	202,26	202,20	16,8	—	1,4556		—	24
77	290,60	199,64	199,72	199,72	199,68	16,5	—	1,4551		—	25
78	287,90	196,07	196,98	197,21	197,29	16,2	1,4681	1,4613	1,4596	1,4590	26
79	285,64	193,59	194,75	195,25	195,30	16,0	1,4751	1,4663	1,4625	1,4622	27
80	283,96	193,83	194,40	194,65	194,67	16,7	1,4648	1,4608	1,4587	1,4584	28
81	281,78	191,67	192,40	192,70	192,69	17,4	1,4703	1,4647	1,4625	1,4625	29

Grund der dritten Knotenlagen zu bestimmen, erwies sich schon als unsicher.

Wie schon angeführt wurde, war das erhaltene Material hinreichend, um nur sehr wenige Dispersionsstreifen in Einzelheiten aufzubauen. In den übrigen Fällen wurde die Kurve nur analog mit den genauer gemessenen Teilen gezeichnet, und natürlich können die richtige Lage und die Form der Kurven in diesen Teilen des Spektrums sehr weit von dem entfernt sein, was die Fig. 1 darstellt. In jedem Falle ist aber die gegebene Zahl der Beobachtungen genügend, um in dem untersuchten Intervall die Existenz eines komplizierten Spektrums festzustellen, dessen Gestalt folgende ist. Zwischen 455 mm und 412 mm ist keine Dispersion vorhanden. Für die Brechungsindizes wird innerhalb dieses Gebietes für verschiedene Perioden derselbe Wert erhalten, die aus verschiedenen Knotenlagen bestimmten Wellenlängen sind untereinander gleich. Auf der Fig. 1 sind nur der Anfang und das Ende dieses Gebietes angegeben. Ein schmales dispersionsfreies Gebiet liegt weiter zwischen 371 mm und 363 mm; die kleine Zahl der hier gemachten Messungen erlaubt es nicht, mit voller Sicherheit die Abwesenheit der Dispersion festzustellen. Eine solche Behauptung wird aber um vieles wahrscheinlicher, falls man berücksichtigt, daß auch für eine andere Petroleumportion an derselben Stelle (auch für vier Punkte) gleiche Werte des Brechungsindex für verschiedene Perioden beobachtet sind, dabei erwiesen sich die aus verschiedenen Knotenlagen bestimmten Wellenlängen untereinander gleich.

Ein drittes dispersionsfreies Gebiet ist zwischen 305 mm und 290 mm vorhanden. Die Abwesenheit der Dispersion unterliegt für diesen Spektrumteil keinem Zweifel. Die besprochenen Teile grenzen Gruppen schmaler Dispersionsstreifen voneinander ab.

Für einige kleine Teile des Spektrums waren die Beobachtungen so wenig zahlreich, daß es vorgezogen wurde, an solchen Stellen überhaupt keine Kurven zu ziehen. Seinem Charakter nach scheint das Petroleumspektrum einem „kannelierten Bandenspektrum" am meisten zu gleichen.

Zwischen 335 mm und 332 mm liegt ein Streifen, welcher seiner Lage nach mit den entsprechenden Streifen des Toluol- und des Azetonspektrums zusammenfällt. Auf Fig. 1 sind zwei Linien gezogen, die dem von A. R. Colley beobachteten Maximum und Minimum der Werte des Brechungsindex innerhalb des Dispersionsstreifens des Toluol- und Azetonspektrums entsprechen. Dieser Streifen ist, wie schon oben erwähnt, von ihm der Methylgruppe angehörig erkannt. Derselbe Streifen ist nochmals mit einer neuen Petroleumportion von anderem spezifischen Gewicht nachgemessen (das Resultat siehe unten S. 439) und seine Lage wieder derselben Stelle des Spektrums angehörig gefunden. Auf Grund dieser Messungen gewinnt die Behauptung, daß der untersuchte Streifen der Methylgruppe angehört, eine neue Stütze, weil dieser Streifen in den Spektren dreier chemisch vollständig verschiedener Körper, von denen jeder aber im Molekül die Methylgruppe enthält, angetroffen ist.

Um den Verlauf der Dispersion innerhalb des Streifens unter der Bedingung, daß derselbe durch die benachbarten Streifen am wenigsten entstellt ist, näher untersuchen zu können, wurden die Stellen, wo das Gebiet ohne Dispersion anfängt und endet, gemessen (zwischen 445 mm und 412 mm). Die dabei erhaltenen Resultate bestimmen eine Kurve, die den theoretischen Kurven, welche aus den Theorien von M. Planck und H. A. Lorentz folgen, ähnlich ist[1]). Ferner wurde der Einfluß der Temperatur auf den Brechungsindex untersucht. Vor allen Dingen erwies sich das als notwendig, um die bei verschiedenen Temperaturen erhaltenen Werte des

1) Vgl. z. B. H. Kayser, Handbuch der Spektroskopie 4, 403, 1908.

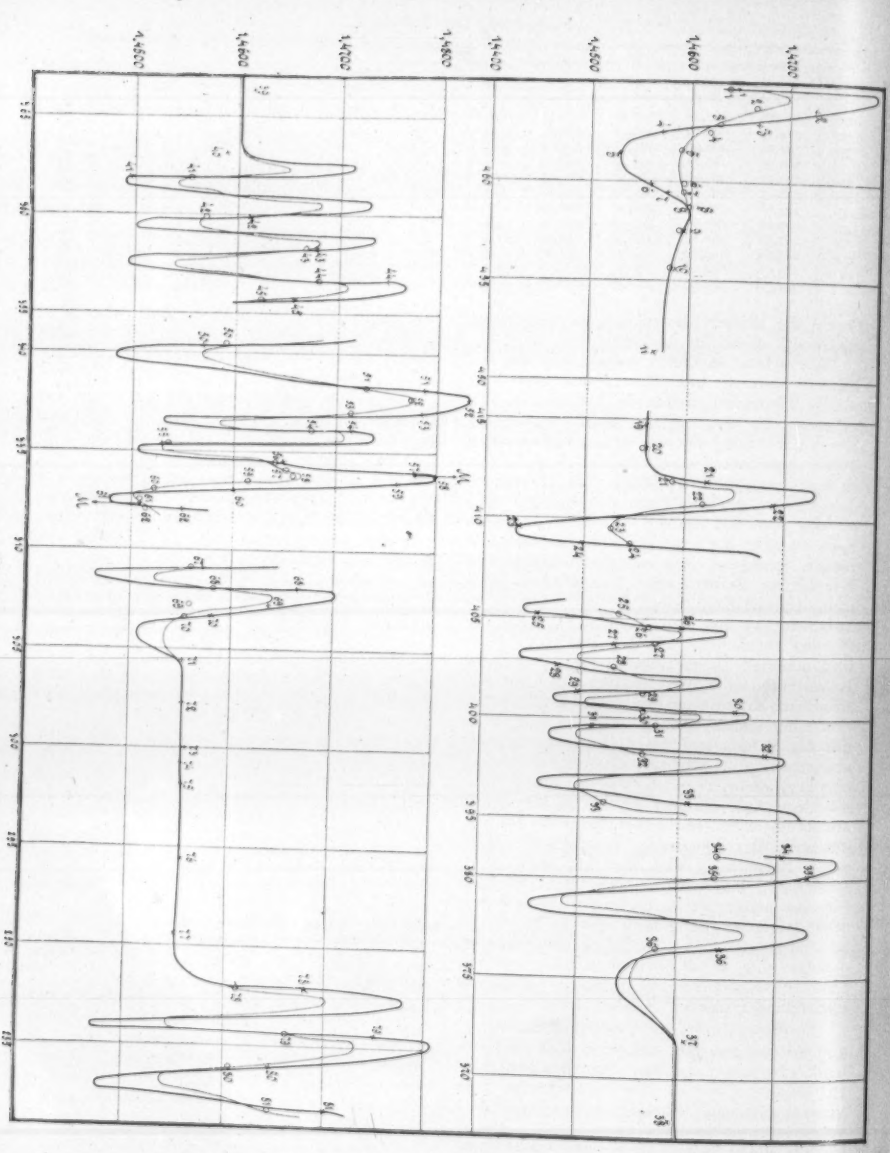


Fig. 1.

Brechungsindex auf 17,0° zu reduzieren. Von Interesse war es, bei dieser Gelegenheit auch die Gültigkeit der Formel von Clausius-Mossotti für Petroleum zu prüfen. Endlich sollte auch untersucht werden, ob der Temperaturkoeffizient innerhalb der Dispersionsstreifen denselben Wert behält, wie im dispersionsfreien Teil des Spektrums. Der Brechungsindex wurde für verschiedene Temperaturen zwischen 6° und 30° gemessen und aus den erhaltenen Werten der Koeffizient nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet. Bei der Halbwellenlänge in Luft von 428,75 mm konnte die Abhängigkeit des Brechungsindex von der Temperatur durch folgende Formel ausgedrückt werden:

$$n_t = 1{,}4570 - 0{,}000362\,(t - 17{,}0)\,.$$

Für $\frac{\Lambda}{2} = 300{,}11$ ergab sich die Formel:

$$n_t = 1{,}4576 - 0{,}000376\,(t - 17{,}0)\,.$$

Der Mittelwert des Koeffizienten ist gleich 0,00037.

Mit Hilfe dieses Wertes sind sämtliche oben angeführten Messungen auf 17,0° reduziert worden.

Darauf wurde der Koeffizient innerhalb des Dispersionsstreifens gemessen. Die Messung ist im Bereiche des „Methylstreifens", welcher am eingehendsten untersucht war, gemacht, dabei für die Stelle des Minimums des Brechungsindex, wo nach den Beobachtungen von A. R. Colley die Absorption am schärfsten ausgeprägt ist. Der Wert des Temperaturkoeffizienten erwies sich für diesen Teil als mehrfach kleiner (0,00011). Dieser Umstand veranlaßte, den Koeffizienten für verschiedene Punkte innerhalb und außerhalb des Streifens eingehend zu untersuchen. Die Messungen wurden jetzt für eine neue Portion Petroleum ausgeführt, dessen spezifisches Gewicht und elektrischer Brechungsindex andere (größer) waren.

In Tabelle II sind die Brechungsindizes bei 10° ($n_{10,0}$) und bei 25° ($n_{25,0}$) und die Werte der Temperaturkoeffizienten für die entsprechenden Halbwellenlängen in Luft gegeben.

Tabelle II.

	$\frac{\Lambda}{2}$	$n_{10\cdot0}$	$n_{25\cdot0}$	a
1	443,00	1,4697	1,4626	—0,00047
2	431,83	1,4688	1,4609	—0,00053
3	420,27	1,4686	1,4622	—0,00043
4	333,89	1,4750	1,4732	—0,00012
5	333,72	1,4841	1,4817	—0,00016
6	333,35	1,4889	1,4825	—0,00046
7	333,12	1,4831	1,4762	—0,00053
8	332,96	1,4644	1,4594	—0,00033
9	332,73	1,4588	1,4566	—0,00015
10	332,34	1,4634	1,4586	—0,00032
11	332,02	1,4737	1,4707	—0,00020
12	302,29	1,4687	1,4606	—0,00054
13	300,26	1,4709	1,4627	—0,00055
14	296,52	1,4708	1,4636	—0,00048

Die Halbwellenlängen in Petroleum wurden aus der Lage des ersten Knotens bestimmt, da in diesem Falle alle Eigenschaften der Dispersion am deutlichsten zu messen sind.

Die angeführten Werte der Tabelle II, die sich auf die Messungen innerhalb des Dispersionsstreifens beziehen, sind in der Fig. 2 abgebildet,

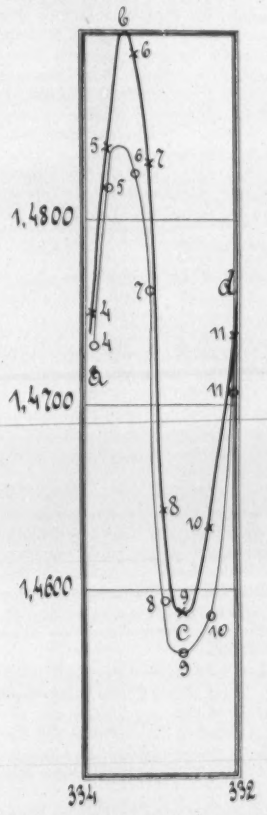


Fig. 2.

wobei die sich auf die Temperatur 10° beziehenden Punkte mit Kreuzchen, die sich auf 25° beziehenden Punkte mit o bezeichnet sind. Die erhaltenen Resultate zeigen, daß der für 25° erhaltene Streifen weniger scharf als der für 10°

ausgeprägt ist, der Absorptionsstreifen muß daher bei höheren Temperaturen verwaschener erscheinen. Weiter zeigen die Messungen (Fig. 2), daß im Teile „*a b*" die Kurve der Koeffizienten einen kleineren Wert hat als für den Teil „*b c*". Es ist leicht einzusehen, daß solcher Gang der Veränderung der Größe des Koeffizienten bestehen muß, wenn der Gipfel des Dispersionsstreifens mit steigender Temperatur in Richtung längerer Wellen verschoben wird. Die kleinen Koeffizienten für Punkte 11 und 10 deuten auf eine Verschiebung in derselben Richtung auch des Teiles des Streifens, welchem diese Punkte angehören. Der ganze Streifen erscheint also für höhere Temperaturen etwas in Richtung längerer Wellen verschoben. Es soll bemerkt werden, daß eine analoge Erscheinung auch für das Lichtspektrum konstatiert worden ist[1]). Die Größenordnung dieser Verschiebung überschreitet bei Temperaturänderung von 15° nicht einige Hundertstel Millimeter bei $\frac{A}{2} = 333$ mm. Die Möglichkeit, eine so kleine Verschiebung zu bemerken, liegt offenbar darin, daß 1. der Streifen sehr schmal ist — dank den sehr steilen Hebungen und Senkungen der Kurve innerhalb des Streifens wird eine sehr kleine Verschiebung desselben von bedeutenden Änderungen der Größe des Brechungsindex begleitet — und 2. die Bestimmungen des Brechungsindex für zwei verschiedene Temperaturen, welche bei unveränderter Lage aller Teile des Systems ausgeführt werden, sich auf identisch gleiche Perioden beziehen.

Um die Gültigkeit der Clausius-Mossottischen Formeln für Petroleum prüfen zu können, wurde die Dichte und deren Abhängigkeit von der Temperatur sowie auch der Temperaturkoeffizient des Brechungsindex für den dispersionsfreien Teil des Spektrums gemessen.

Die Dichte wurde im Intervall 14° bis 26° untersucht und konnte durch die Formel dargestellt werden:

$$D_t = 0{,}84048 - 0{,}000699\,(t - 20).$$

Auf Grund dieser Formel sind durch Extrapolation die Werte der Dichte von 6° bis 30° berechnet worden. Die Größe des Brechungsindex bei 17,0 = 1,4661, der Mittelwert des Temperaturkoeffizienten (aus sechs Messungen) = −0,000500.

Die Resultate sind in Tabelle III enthalten.

Die Clausius-Mossottische Formel erweist sich also für Petroleum als nur annähernd richtig. Werden diese Resultate mit den Messungen Tangls[2]) verglichen, so geht hervor, daß die

Tabelle III.

$t°$	$n^2 = \varepsilon$	D	$\frac{n^2-1}{n^2+2}\cdot\frac{1}{D}$
6	2,1656	0,85026	0,3291
10	2,1597	0,84747	0,3290
14	2,1538	0,84467	0,3289
18	2,1480	0,84188	0,3287
22	2,1421	0,83908	0,3286
26	2,1363	0,83628	0,3285
30	2,1304	0,83349	0,3284

Formel für Petroleum ungefähr im selben Maße gilt wie für Toluol; Xylol gibt größere, Benzol, Schwefelkohlenstoff und Chloroform bedeutend kleinere Übereinstimmung.

Zum Schlusse benutze ich die Gelegenheit, auch an dieser Stelle Prof. Dr. A. R. Colley für Anregung zu der Untersuchung und Leitung, Prof. Dr. N. Kasterin für die Überlassung aller nötigen Hilfsmittel meinen Dank auszusprechen.

Physik. Institut der Universität Odessa.

(Eingegangen 29. März 1910.)

Zur elektromagnetischen Mechanik.

Von Gunnar Nordström.

In einem Aufsatz in dieser Zeitschrift hat M. Abraham[1]) einige Fragen aus der auf das Minkowskische Relativitätsprinzip fußenden Mechanik behandelt. Seine Betrachtungen gründet Abraham auf die folgende Bewegungsgleichung, die man ja als Definition des Kraftbegriffes auffassen kann,

$$\mathfrak{K}'\,dv = \frac{d}{dt}\,\frac{m\mathfrak{v}}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}. \qquad (1')$$

Es ist $\mathfrak{K}'$ die ponderomotorische Kraft pro Volumeneinheit, dv das Volumen und m die Masse („Ruhmasse") des betrachteten materiellen Teilchens, $\mathfrak{v}$ die Geschwindigkeit, t die Zeit und c die Lichtgeschwindigkeit. Die Masse nimmt Abraham nicht als unveränderlich an, sondern mit dem Energieinhalt der Materie wechselnd.

Man kann aber bei Veränderlichkeit der Masse auch die Bewegungsgleichung

$$\mathfrak{K}'' = m\,\frac{d}{dt}\,\frac{\mathfrak{v}}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}} \qquad (1'')$$

1) I. Königsberger, Ann. d. Phys. **4**, 805, 1901.
2) K. Tangl, Ann. d. Phys. **10**, 748, 1903.

1) M. Abraham, diese Zeitschr. **10**, 737, 1909.

als Definition der ponderomotorischen Kraft feststellen, und nach meiner Ansicht ist diese letztere Definition die richtige. Man hat ja zu fordern, daß das skalare Produkt aus Kraft und Geschwindigkeit eine Arbeitsleistung angibt, die im Einklang mit dem Satze von der Erhaltung der Energie steht, und diese Forderung scheint mir die Kraft $\mathfrak{K}'$ nicht in allen Fällen zu erfüllen.

In diesem Aufsatz will ich zunächst die Mechanik ganz allgemein behandeln, und die Resultate vergleichen, die die beiden Kraftbegriffe $\mathfrak{K}'$ und $\mathfrak{K}''$ geben. Zum Schluß will ich diese Resultate auf den von mir früher in dieser Zeitschrift[1]) behandelten speziellen Fall anwenden und zeigen, welche Umstände für die Annahme der Bewegungsgleichung (1″) sprechen.

Zuerst mögen die Gleichungen (1′) und (1″) in einer Form geschrieben werden, welche die Symmetrie der vier Koordinaten x, y, z, ict hervortreten läßt. Wir bezeichnen die Dichte der Materie mit δ, es ist dann $m = \delta\, dv$, und weil allgemein

$$\frac{d}{dt}\int \varphi\, dv = \int \left\{ \operatorname{div} \varphi \mathfrak{v} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right\} dv, \qquad (2)$$

so hat man (der Einfachheit halber $q = \frac{v}{c}$ gesetzt)

$$\mathfrak{K}_x'\, dv = \frac{d}{dt}\left(\frac{\delta \mathfrak{v}_x}{\sqrt{1-q^2}}\, dv \right)$$

$$= \left\{ \operatorname{div} \frac{\delta \mathfrak{v}_x}{\sqrt{1-q^2}}\, \mathfrak{v} + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\delta \mathfrak{v}_x}{\sqrt{1-q^2}} \right) \right\} dv,$$

$$\mathfrak{K}_x' = \frac{\partial}{\partial x}\, \delta \frac{\mathfrak{v}_x^2}{\sqrt{1-q^2}} + \frac{\partial}{\partial y}\, \delta \frac{\mathfrak{v}_x \mathfrak{v}_y}{\sqrt{1-q^2}} + \frac{\partial}{\partial z}\, \delta \frac{\mathfrak{v}_x \mathfrak{v}_z}{\sqrt{1-q^2}} + \frac{\partial}{\partial t}\, \delta \frac{\mathfrak{v}_x}{\sqrt{1-q^2}}.$$

Wir setzen $u = ict$, bezeichnen die Komponenten des Minkowskischen Bewegungsvektors mit $\mathfrak{a}_x, \mathfrak{a}_y, \mathfrak{a}_z, \mathfrak{a}_u$ und die Ruhmassendichte, die ein vierdimensionaler Skalar ist, mit γ. Es ist dann

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{a}_x &= \frac{\mathfrak{v}_x}{\sqrt{1-q^2}}, \quad \mathfrak{a}_y = \frac{\mathfrak{v}_y}{\sqrt{1-q^2}}, \\ \mathfrak{a}_z &= \frac{\mathfrak{v}_z}{\sqrt{1-q^2}}, \quad \mathfrak{a}_u = \frac{ic}{\sqrt{1-q^2}}, \\ \gamma &= \delta \sqrt{1-q^2}, \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

und für $\mathfrak{K}_x'$ erhält man die erste der folgenden vier Gleichungen, aus der die drei übrigen durch zyklische Vertauschung der Indizes hervorgehen,

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{K}_x' &= \frac{\partial}{\partial x}\gamma \mathfrak{a}_x^2 + \frac{\partial}{\partial y}\gamma \mathfrak{a}_x \mathfrak{a}_y + \frac{\partial}{\partial z}\gamma \mathfrak{a}_x \mathfrak{a}_z + \frac{\partial}{\partial u}\gamma \mathfrak{a}_x \mathfrak{a}_u, \\ \mathfrak{K}_y' &= \frac{\partial}{\partial x}\gamma \mathfrak{a}_y \mathfrak{a}_x + \frac{\partial}{\partial y}\gamma \mathfrak{a}_y^2 + \frac{\partial}{\partial z}\gamma \mathfrak{a}_y \mathfrak{a}_z + \frac{\partial}{\partial u}\gamma \mathfrak{a}_y \mathfrak{a}_u, \\ \mathfrak{K}_z' &= \frac{\partial}{\partial x}\gamma \mathfrak{a}_z \mathfrak{a}_x + \frac{\partial}{\partial y}\gamma \mathfrak{a}_z \mathfrak{a}_y + \frac{\partial}{\partial z}\gamma \mathfrak{a}_z^2 + \frac{\partial}{\partial u}\gamma \mathfrak{a}_z \mathfrak{a}_u, \\ \mathfrak{K}_u' &= \frac{\partial}{\partial x}\gamma \mathfrak{a}_u \mathfrak{a}_x + \frac{\partial}{\partial y}\gamma \mathfrak{a}_u \mathfrak{a}_y + \frac{\partial}{\partial z}\gamma \mathfrak{a}_u \mathfrak{a}_z + \frac{\partial}{\partial u}\gamma \mathfrak{a}_u^2. \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Rechts treten die Komponenten $\gamma \mathfrak{a}_\mu \mathfrak{a}_\nu$ eines vierdimensionalen Tensors auf. Die letzte der Gleichungen (4′) schreibt sich, wenn man die früheren Bezeichnungen einführt

$$-ic\mathfrak{K}_u' = c^2 \left\{ \operatorname{div} \frac{\delta \mathfrak{v}}{\sqrt{1-q^2}} + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\delta}{\sqrt{1-q^2}} \right) \right\}. \qquad (5')$$

Es soll nun die Gleichung (1″) in entsprechender Weise behandelt werden. Man erhält

$$\mathfrak{K}_x''\, dv = \delta\, dv \left\{ \mathfrak{v}_x \frac{\partial}{\partial x}\frac{\mathfrak{v}_x}{\sqrt{1-q^2}} + \mathfrak{v}_y \frac{\partial}{\partial y}\frac{\mathfrak{v}_x}{\sqrt{1-q^2}} + \mathfrak{v}_z \frac{\partial}{\partial z}\frac{\mathfrak{v}_x}{\sqrt{1-q^2}} + \frac{\partial}{\partial t}\frac{\mathfrak{v}_x}{\sqrt{1-q^2}} \right\},$$

und durch Einführen der Bezeichnungen (3) ergibt sich

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{K}_x'' &= \gamma \mathfrak{a}_x \frac{\partial \mathfrak{a}_x}{\partial x} + \gamma \mathfrak{a}_y \frac{\partial \mathfrak{a}_x}{\partial y} + \gamma \mathfrak{a}_z \frac{\partial \mathfrak{a}_x}{\partial z} + \gamma \mathfrak{a}_u \frac{\partial \mathfrak{a}_x}{\partial u}, \\ \mathfrak{K}_y'' &= \gamma \mathfrak{a}_x \frac{\partial \mathfrak{a}_y}{\partial x} + \gamma \mathfrak{a}_y \frac{\partial \mathfrak{a}_y}{\partial y} + \gamma \mathfrak{a}_z \frac{\partial \mathfrak{a}_y}{\partial z} + \gamma \mathfrak{a}_u \frac{\partial \mathfrak{a}_y}{\partial u}, \\ \mathfrak{K}_z'' &= \gamma \mathfrak{a}_x \frac{\partial \mathfrak{a}_z}{\partial x} + \gamma \mathfrak{a}_y \frac{\partial \mathfrak{a}_z}{\partial y} + \gamma \mathfrak{a}_z \frac{\partial \mathfrak{a}_z}{\partial z} + \gamma \mathfrak{a}_u \frac{\partial \mathfrak{a}_z}{\partial u}, \\ \mathfrak{K}_u'' &= \gamma \mathfrak{a}_x \frac{\partial \mathfrak{a}_u}{\partial x} + \gamma \mathfrak{a}_y \frac{\partial \mathfrak{a}_u}{\partial y} + \gamma \mathfrak{a}_z \frac{\partial \mathfrak{a}_u}{\partial z} + \gamma \mathfrak{a}_u \frac{\partial \mathfrak{a}_u}{\partial u}. \end{aligned}\right\} \qquad (4'')$$

Dieses Gleichungssystem kann man nach einfacher Umformung auch in folgender Weise schreiben:

1) G. Nordström, diese Zeitschr. 10, 681, 1909.

$$\left.\begin{aligned}
\mathfrak{K}_x'' &= \frac{\partial}{\partial x}\gamma\mathfrak{a}_x^2 + \frac{\partial}{\partial y}\gamma\mathfrak{a}_x\mathfrak{a}_y + \frac{\partial}{\partial z}\gamma\mathfrak{a}_x\mathfrak{a}_z \\
&\quad + \frac{\partial}{\partial u}\gamma\mathfrak{a}_x\mathfrak{a}_u - \mathfrak{a}_x\Big\{\frac{\partial}{\partial x}\gamma\mathfrak{a}_x + \frac{\partial}{\partial y}\gamma\mathfrak{a}_y \\
&\quad + \frac{\partial}{\partial z}\gamma\mathfrak{a}_z + \frac{\partial}{\partial u}\gamma\mathfrak{a}_u\Big\}, \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\mathfrak{K}_u'' &= \frac{\partial}{\partial x}\gamma\mathfrak{a}_u\mathfrak{a}_x + \frac{\partial}{\partial y}\gamma\mathfrak{a}_u\mathfrak{a}_y + \frac{\partial}{\partial z}\gamma\mathfrak{a}_u\mathfrak{a}_z \\
&\quad + \frac{\partial}{\partial u}\gamma\mathfrak{a}_u^2 - \mathfrak{a}_u\Big\{\frac{\partial}{\partial x}\gamma\mathfrak{a}_x + \frac{\partial}{\partial y}\gamma\mathfrak{a}_y \\
&\quad + \frac{\partial}{\partial z}\gamma\mathfrak{a}_z + \frac{\partial}{\partial u}\gamma\mathfrak{a}_u\Big\}.
\end{aligned}\right\} \quad (4a'')$$

Die letzte Gleichung erhält, wenn man die früheren Bezeichnungen einführt, die Form

$$\left.\begin{aligned}
-ic\,\mathfrak{K}_u'' &= c^2\Big\{\operatorname{div}\frac{\delta\mathfrak{v}}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}} + \frac{\partial}{\partial t}\frac{\delta}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}\Big\} \\
&\quad - \frac{c^2}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}\Big\{\operatorname{div}\delta\mathfrak{v} + \frac{\partial\delta}{\partial t}\Big\};
\end{aligned}\right\} \quad (5'')$$

der Ausdruck in der letzten Klammer drückt gemäß (2) die Veränderung der Masse aus, die die Materie infolge Veränderung ihres Energieinhalts erleidet. Die drei ersten der Gleichungen (4a'') geben folgende Beziehung zwischen $\mathfrak{K}''$ und $\mathfrak{K}'$,

$$\mathfrak{K}'' = \mathfrak{K}' - \frac{\mathfrak{v}}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}\Big\{\operatorname{div}\delta\mathfrak{v} + \frac{\partial\delta}{\partial t}\Big\}. \quad (6)$$

Man kann leicht zeigen, daß der vierdimensionale Vektor $\mathfrak{K}''$ zum Vektor $\mathfrak{a}$ im Minkowskischen Sinne normal[1]) ist. Man findet nämlich aus (4'')

$$\begin{aligned}
&\mathfrak{K}_x''\mathfrak{a}_x + \mathfrak{K}_y''\mathfrak{a}_y + \mathfrak{K}_z''\mathfrak{a}_z + \mathfrak{K}_u''\mathfrak{a}_u \\
&= \gamma\mathfrak{a}_x\cdot\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}(\mathfrak{a}_x^2 + \mathfrak{a}_y^2 + \mathfrak{a}_z^2 + \mathfrak{a}_u^2) \\
&\quad + \gamma\mathfrak{a}_y\cdot\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial y}(\quad) + + \,,
\end{aligned}$$

und da

$$\mathfrak{a}_x^2 + \mathfrak{a}_y^2 + \mathfrak{a}_z^2 + \mathfrak{a}_u^2 = -c^2,$$

so hat man

$$\mathfrak{K}_x''\mathfrak{a}_x + \mathfrak{K}_y''\mathfrak{a}_y + \mathfrak{K}_z''\mathfrak{a}_z + \mathfrak{K}_u''\mathfrak{a}_u = 0, \quad (7'')$$

d. h. die vierdimensionalen Vektoren $\mathfrak{K}''$ und $\mathfrak{a}$ sind zueinander normal.

Aus (7'') folgt

$$-ic\,\mathfrak{K}_u'' = \mathfrak{K}''\mathfrak{v}, \quad (8'')$$

und die Gleichung (5'') läßt sich schreiben

$$\left.\begin{aligned}
&\mathfrak{K}''\mathfrak{v} + \frac{c^2}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}\Big\{\operatorname{div}\delta\mathfrak{v} + \frac{\partial\delta}{\partial t}\Big\} \\
&= c^2\Big\{\operatorname{div}\frac{\delta\mathfrak{v}}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}} + \frac{\partial}{\partial t}\frac{\delta}{\sqrt{1+\mathfrak{q}^2}}\Big\}.
\end{aligned}\right\} \quad (9'')$$

Diese Gleichung drückt den Energiesatz aus; bevor wir sie näher besprechen, wollen wir einige, den eben gefundenen entsprechende Gleichungen für $\mathfrak{K}'$ aufstellen. Man hat

$$\begin{aligned}
\mathfrak{K}_x'' &= \mathfrak{K}_x' - \mathfrak{a}_x\Big\{\frac{\partial}{\partial x}\gamma\mathfrak{a}_x + \frac{\partial}{\partial y}\gamma\mathfrak{a}_y + \frac{\partial}{\partial z}\gamma\mathfrak{a}_z \\
&\quad + \frac{\partial}{\partial u}\gamma\mathfrak{a}_u\Big\}, \\
\mathfrak{K}_x''\mathfrak{a}_x &= \mathfrak{K}_x'\mathfrak{a}_x - \mathfrak{a}_x^2\{\quad\},
\end{aligned}$$

und es ergibt sich

$$\left.\begin{aligned}
0 &= \mathfrak{K}_x'\mathfrak{a}_x + \mathfrak{K}_y'\mathfrak{a}_y + \mathfrak{K}_z'\mathfrak{a}_z + \mathfrak{K}_u'\mathfrak{a}_u \\
&\quad + c^2\Big\{\frac{\partial}{\partial x}\gamma\mathfrak{a}_x + \frac{\partial}{\partial y}\gamma\mathfrak{a}_y + \frac{\partial}{\partial z}\gamma\mathfrak{a}_z \\
&\quad + \frac{\partial}{\partial u}\gamma\mathfrak{a}_u\Big\}.
\end{aligned}\right\} \quad (7')$$

Die Beziehung zwischen den vierdimensionalen Vektoren $\mathfrak{K}''$ und $\mathfrak{K}'$ läßt sich also durch das folgende Gleichungssystem ausdrücken,

$$\left.\begin{aligned}
\mathfrak{K}_x'' &= \mathfrak{K}_x' + \frac{\mathfrak{a}_x}{c^2}(\mathfrak{K}_x'\mathfrak{a}_x + \mathfrak{K}_y'\mathfrak{a}_y + \mathfrak{K}_z'\mathfrak{a}_z \\
&\quad + \mathfrak{K}_u'\mathfrak{a}_u), \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\mathfrak{K}_u'' &= \mathfrak{K}_u' + \frac{\mathfrak{a}_u}{c^2}(\mathfrak{K}_x'\mathfrak{a}_x + \mathfrak{K}_y'\mathfrak{a}_y + \mathfrak{K}_z'\mathfrak{a}_z \\
&\quad + \mathfrak{K}_u'\mathfrak{a}_u),
\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

und diese Beziehung ist genau dieselbe wie die, welche nach Minkowski zwischen der ponderomotorischen Kraft und dem Vektor, den er mit K bezeichnet, besteht[1]).

Aus (7') ergibt sich für $-ic\,\mathfrak{K}_u'$

$$-ic\,\mathfrak{K}_u' = \mathfrak{K}'\mathfrak{v} + c^2\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}\Big\{\operatorname{div}\delta\mathfrak{v} + \frac{\partial\delta}{\partial t}\Big\}, \quad (8')$$

und durch einen Vergleich mit (5') erhält man

$$\left.\begin{aligned}
&\mathfrak{K}'\mathfrak{v} + c^2\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}\Big\{\operatorname{div}\delta\mathfrak{v} + \frac{\partial\delta}{\partial t}\Big\} \\
&= c^2\Big\{\operatorname{div}\frac{\delta\mathfrak{v}}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}} + \frac{\partial}{\partial t}\frac{\delta}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}\Big\}.
\end{aligned}\right\} \quad (9')$$

Es sind nun über die Gleichungen (9'') und (9') einige Worte zu sagen. Die Gleichungen sollen, wie gesagt, den Energiesatz ausdrücken. Wenn man ein bestimmtes materielles Teilchen betrachtet und die Gleichungen mit dem Volumen dv des Teilchens multipliziert, so bedeutet

$$\begin{aligned}
&dv\,c^2\Big\{\operatorname{div}\frac{\delta\mathfrak{v}}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}} + \frac{\partial}{\partial t}\frac{\delta}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}\Big\} \\
&= \frac{d}{dt}\Big\{\frac{c^2\delta}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}dv\Big\}
\end{aligned}$$

die zeitliche Veränderung der Größe

$$\frac{c^2\delta}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}dv,$$

1) H. Minkowski, Gött. Nachr. 1908, S. 83.

1) H. Minkowski, l. c. S. 98, Ausdr. (98).

welche die mechanische Energie des Teilchens ausdrückt. Der Anteil

$$c^2 \delta \left\{ \frac{1}{\sqrt{1-q^2}} - 1 \right\} dv$$

ist bekanntlich die kinetische Energie; der übrige Teil

$$c^2 \delta \, dv$$

ist unabhängig von der Bewegung und könnte vielleicht materielle Energie genannt werden.

Es ist weiter

$$dv \left\{ \operatorname{div} \delta \mathfrak{v} + \frac{\partial \delta}{\partial t} \right\} = \frac{d}{dt} (\delta \, dv)$$

die zeitliche Veränderung der Masse des Teilchens, die durch Veränderung seines Inhalts an materieller Energie stattfindet. Hierzu ist eine Energiezufuhr nichtmechanischer Natur (z. B. Wärmezufuhr) erforderlich, und es drückt das Glied

$$c^2 \sqrt{1-q^2} \left\{ \operatorname{div} \delta \mathfrak{v} + \frac{\partial \delta}{\partial t} \right\} \quad \text{bzw.}$$

$$\frac{c^2}{\sqrt{1-q^2}} \left\{ \operatorname{div} \delta \mathfrak{v} + \frac{\partial \delta}{\partial t} \right\}$$

in Gleichung (9′) bzw. (9″) diese Energiezufuhr (pro Volumen- und Zeiteinheit) aus.

Wenn man nicht ein bestimmtes materielles Teilchen betrachtet, sondern einen festen Ort ins Auge faßt, so hat man $\frac{\partial}{\partial t} \frac{c^2 \delta}{\sqrt{1-q^2}}$ als zeitliche Veränderung der mechanischen Energiedichte

$$\frac{c^2 \delta}{\sqrt{1-q^2}} = \psi^m \tag{11}$$

aufzufassen, und

$$\frac{c^2 \delta \mathfrak{v}}{\sqrt{1-q^2}} = \mathfrak{S}^m \tag{12}$$

als den mechanische Energiestrom, dessen Divergenz in der Energiegleichung auftritt. Dieser Energiestrom ist gleich der mit c^2 multiplizierten mechanischen Impulsdichte.

Die Gleichungen (9′) und (9″) kann man in das folgende Gleichungssystem vereinigen

$$\left.\begin{aligned} &\operatorname{div} \mathfrak{S}^m + \frac{\partial \psi^m}{\partial t} \\ &= \mathfrak{K}' \mathfrak{v} + c^2 \sqrt{1-q^2} \left\{ \operatorname{div} \delta \mathfrak{v} + \frac{\partial \delta}{\partial t} \right\} \\ &= \mathfrak{K}'' \mathfrak{v} + \frac{c^2}{\sqrt{1-q^2}} \left\{ \operatorname{div} \delta \mathfrak{v} + \frac{\partial \delta}{\partial t} \right\}. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Nun wollen wir uns zu der ponderomotorischen Kraft elektromagnetischen Ursprungs wenden. Auch andere ponderomotorische Kräfte können gleichzeitig auf die Materie wirken, die gesamte ponderomotorische Kraft, die die Bewegung hervorruft, ist also die Summe der elektromagnetischen und der nichtelektromagnetischen ponderomotorischen Kraft. Wir setzen

$$\mathfrak{K}' = \mathfrak{K}^{e\prime} + \mathfrak{K}^{u\prime}, \tag{14′}$$

$$\mathfrak{K}'' = \mathfrak{K}^{e\prime\prime} + \mathfrak{K}^{u\prime\prime}; \tag{14″}$$

der Index e soll die elektromagnetische ponderomotorische Kraft kennzeichnen, der Index u die nichtelektromagnetische.

Nach (7′) hat man

$$\begin{aligned} &\mathfrak{K}_x' \mathfrak{a}_x + \mathfrak{K}_y' \mathfrak{a}_y + \mathfrak{K}_z' \mathfrak{a}_z + \mathfrak{K}_w' \mathfrak{a}_w \\ &= - c^2 \left\{ \operatorname{div} \delta \mathfrak{v} + \frac{\partial \delta}{\partial t} \right\}. \end{aligned}$$

Die Summe $\mathfrak{K}'_x \mathfrak{a}_x + \ldots$ ist also proportional mit der Massenveränderung

$$\operatorname{div} \delta \mathfrak{v} + \frac{\partial \delta}{\partial t}.$$

Wir wollen annehmen, daß die einzige vorliegende Ursache zu dieser Massenveränderung die Entwicklung Joulescher Wärme ist. Wenn wir dann in der obigen Gleichung den elektromagnetischen und den nichtelektromagnetischen Anteil der ponderomotorischen Kraft voneinander trennen, so haben wir zu setzen

$$\left.\begin{aligned} &\mathfrak{K}_x^{e\prime} \mathfrak{a}_x + \mathfrak{K}_y^{e\prime} \mathfrak{a}_y + \mathfrak{K}_z^{e\prime} \mathfrak{a}_z + \mathfrak{K}_w^{e\prime} \mathfrak{a}_w \\ &= - c^2 \left\{ \operatorname{div} \delta \mathfrak{v} + \frac{\partial \delta}{\partial t} \right\}, \\ &\mathfrak{K}_x^{u\prime} \mathfrak{a}_x + \mathfrak{K}_y^{u\prime} \mathfrak{a}_y + \mathfrak{K}_z^{u\prime} \mathfrak{a}_z + \mathfrak{K}_w^{u\prime} \mathfrak{a}_w = 0, \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

denn die Massenveränderung kann bei der gemachten Annahme nur zu dem elektromagnetischen Kraftanteil in Beziehung stehen. Für $-ic\,\mathfrak{K}_w^{e\prime}$ ergibt sich

$$\left.\begin{aligned} &-ic\,\mathfrak{K}_w^{e\prime} \\ &= \mathfrak{K}^{e\prime} \mathfrak{v} + c^2 \sqrt{1-q^2} \left\{ \operatorname{div} \delta \mathfrak{v} + \frac{\partial \delta}{\partial t} \right\}. \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Da die Beziehung (10) zwischen $\mathfrak{K}''$ und $\mathfrak{K}'$ auch für ihre Teilkräfte gelten muß, so hat man

$$\left.\begin{aligned} &\mathfrak{K}^{e\prime\prime} = \mathfrak{K}^{e\prime} - \frac{\mathfrak{v}}{\sqrt{1-q^2}} \left\{ \operatorname{div} \delta \mathfrak{v} + \frac{\partial \delta}{\partial t} \right\}, \\ &\mathfrak{K}^{u\prime\prime} = \mathfrak{K}^{u\prime} = \mathfrak{K}^u. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Wie aus den im Anfang zitierten Aufsätzen von Abraham und mir hervorgeht, entsprechen den beiden Kraftbegriffen auch zwei verschiedene Ausdrücke für die Joulesche Wärme. Wenn man diese Wärme (pro Volumen- und Zeiteinheit gerechnet) mit Q' bzw. Q'' bezeichnet, so hat man

$$(1-q^2) Q'' = Q' = \{\mathfrak{E} + [\mathfrak{q}\mathfrak{B}]\}\mathfrak{J}, \tag{18}$$

wo $\mathfrak{E}$ die elektrische Kraft, $\mathfrak{B}$ die magnetische Erregung und $\mathfrak{J}$ der Leitungsstrom ist. Weiter ist nach der Abrahamschen Theorie

$$-ic\,\mathfrak{K}_w^{e\prime} = \mathfrak{K}^{e\prime} \mathfrak{v} + Q', \tag{19}$$

woraus nach (16) und (18) für die Massenveränderung sich ergibt

$$\operatorname{div} \delta \mathfrak{v} + \frac{\partial \delta}{\partial t} = \frac{1}{c^2 \sqrt{1 - \mathfrak{q}^2}} \{\mathfrak{E} + [\mathfrak{q}\mathfrak{B}]\}\mathfrak{J}. \quad (20)$$

Die Energiegleichung für die elektromagnetischen Vorgänge läßt sich schreiben[1]):

$$-\operatorname{div} \mathfrak{S}^e - \frac{\partial \psi^e}{\partial t} = \mathfrak{K}^e \mathfrak{v} + Q' = \mathfrak{K}^{e\prime} \mathfrak{v} + Q'', \quad (21)$$

wo $\mathfrak{S}^e$ der elektromagnetische Energiestrom und ψ^e die elektromagnetische Energiedichte ist. Durch Vereinigung der elektromagnetischen Energiegleichung mit der mechanischen (13) erhält man folgende Gleichung

$$\operatorname{div} (\mathfrak{S}^e + \mathfrak{S}^m) + \frac{\partial}{\partial t} (\psi^e + \psi^m) = \mathfrak{K}^u \mathfrak{v}. \quad (22)$$

Diese Gleichung enthält die Arbeit der ponderomotorischen Kraft des elektromagnetischen Feldes nicht mehr, und gilt, weil $\mathfrak{K}^{e\prime} = \mathfrak{K}^{e\prime\prime}$, für jeden der beiden Kraftbegriffe. Wie die Gleichung als Energiegleichung zu deuten ist, geht ja unmittelbar hervor.

Die Kraft $\mathfrak{K}^u$ ist ja zu ihrer Natur unbestimmt. Die Arbeit derselben läßt sich nach meiner Ansicht nur wegen ungenügender Kenntnis der dieser Kraft zugrunde liegenden Naturgesetze nicht aus der Energiegleichung wegschaffen. Denn man darf wohl annehmen, daß alle Energie, sich kontinuierlich fortpflanzt und daß also, wenn sämtliche vorliegende Erscheinungen berücksichtigt sind, die Energiegleichung sich in die Form

$$\operatorname{div} \mathfrak{S}^e + \frac{\partial \psi^e}{\partial t} = 0$$

schreiben läßt, wo $\mathfrak{S}^e$ der totale Energiestrom und ψ^e die totale Energiedichte ist. Wenn man aber den Kraftbegriff $\mathfrak{K}'$ annimmt, so scheint es mir Fälle zu geben, wo man den Energiesatz nicht durch eine solche Gleichung ausdrücken kann; ja nach meiner Meinung erhält man sogar Widersprüche mit dem Satze von der Erhaltung der Energie, und aus diesen Gründen kann ich den Kraftbegriff $\mathfrak{K}'$ nicht billigen. Diese Umstände treten sehr deutlich bei dem von mir früher in dieser Zeitschrift behandelten Beispiel[2]) hervor, und es mag deswegen die angeführte Theorie auf diesen speziellen Fall angewandt werden.

Es bewegt sich im leeren Raume eine unendlich große Scheibe gleichförmig und senkrecht zu ihrer Ebene, welche Scheibe von einem konstanten geradlinigen Leitungsstrom von der Dichte $\mathfrak{J}$ durchflossen ist (also $\mathfrak{J}$ senkrecht zu $\mathfrak{v}$). Dieselbe Richtung wie $\mathfrak{F}$ hat der ebenfalls konstante Vektor $\mathfrak{E} + [\mathfrak{q}\mathfrak{B}]$. Von dem die Scheibe umgebenden elektromagnetischen Felde wird jeder Abschnitt der Scheibe von der Basis einer Flächeneinheit die Energie

$$\frac{d}{1 - \mathfrak{q}^2} \{\mathfrak{E} + [\mathfrak{q}\mathfrak{B}]\}\mathfrak{J}$$

pro Zeiteinheit erhalten (d die Dicke der Scheibe). Pro Volumen- und Zeiteinheit kommt also die Energie

$$Q'' = \frac{1}{1 - \mathfrak{q}^2} \{\mathfrak{E} + [\mathfrak{v}\mathfrak{B}]\}\mathfrak{J}.$$

Dieses Ergebnis ist unabhängig davon, ob man den Kraftbegriff $\mathfrak{K}'$ oder $\mathfrak{K}''$ benutzt. Das Schicksal aber, das diese Energie erleidet, ist in den beiden Fällen verschieden.

Wenn man sich, wie ich in dem zitierten Aufsatze, auf den Kraftbegriff $\mathfrak{K}''$ stützt, ist die Bewegung der Scheibe als kräftefrei anzusehen, und die Energie Q'' wird vollständig zur Erhöhung der Energie der Scheibe verbraucht. Die Energie Q'' ist entweder als Joulesche Wärme aufzufassen[1]), oder, da sich die Masse durch Wärmezufuhr gemäß (20) verändert, als Veränderung der mechanischen Energie

$$\frac{c^2 \delta}{\sqrt{1 - \mathfrak{q}^2}}.$$

Wenn man dagegen, wie Abraham, den Kraftbegriff $\mathfrak{K}'$ benutzt, ist die auf die Scheibe wirkende Kraft nicht gleich null, und die Energie Q''

$$Q'' = \mathfrak{K}' \mathfrak{v} + Q'$$

wird teils als Joulesche Wärme Q' verbraucht, teils als Arbeit der ponderomotorischen Kraft $\mathfrak{K}'$. Wohin geht aber die Energie

$$\mathfrak{K}' \mathfrak{v} = \frac{\mathfrak{v}^2}{c^2 (1 - \mathfrak{q}^2)} \{\mathfrak{E} + [\mathfrak{q}\mathfrak{B}]\}\mathfrak{J} \quad ?$$

Die kinetische Energie der Scheibe kann sie nicht vergrößern, denn das würde in Betracht der auch von Abraham angenommenen Beziehung (20) dem Ausdruck

$$c^2 \delta \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \mathfrak{q}^2}} - 1 \right)$$

für die kinetische Energie widersprechen.

Da ich auch keine andere mögliche Erklärung dafür finde, was aus der Energie $\mathfrak{K}' \mathfrak{v}$ wird, so muß ich behaupten, daß ein Widerspruch mit dem Satze von der Erhaltung der Energie vorliegt. Da weiter dieser Widerspruch bei Annahme des Kraftbegriffes $\mathfrak{K}''$ nicht auftritt, so ist die Wahl zwischen den beiden Kraftbegriffen zugunsten $\mathfrak{K}''$ entschieden. Für die Joulesche Wärme ist natürlich dann der Wert Q'' als richtig anzusehen.

Die Abrahamschen Ausdrücke[2]) für pon-

1) Indem wir die Energiegleichung so schreiben, schließen wir den Minkowskischen Ausdruck für die ponderomotorische Kraft des elektromagnetischen Feldes von unseren Betrachtungen aus.

2) G. Nordström, l. c.

1) Vgl. hierbei die von mir in dem zitierten Aufsatz am Schluß gemachte Bemerkung.

2) M. Abraham, l. c.; Rend. Circ. Matem. Palermo, **28**, 1909.

deromotorische Kraft und Joulesche Wärme, die, wie gesagt, den Kraftbegriff $\mathfrak{K}'$ voraussetzen, kann ich aus den angeführten Gründen nicht billigen. Man kann aber dem Vektor, den Abraham als ponderomotorische Kraft des elektromagnetischen Feldes bezeichnet, dieselbe Bedeutung geben wie Minkowski dem Vektor, den er mit K bezeichnet. Wenn man so tut und die ponderomotorische Kraft dann so wie Minkowski bildet[1]), so erhält man für diese Kraft einen Ausdruck, der, soweit ich sehe, alle Forderungen füllt, die man an ihn zu stellen hat, und welcher Ausdruck sich nur durch das Glied (vgl. Gl. (15) und (20))

$$-\frac{\mathfrak{v}}{c^2(1-\mathfrak{q}^2)}\{\mathfrak{E}+[\mathfrak{q}\,\mathfrak{B}]\}\,\mathfrak{J}$$

von dem Abrahamschen unterscheidet. Hierin liegt nach meiner Meinung die Bedeutung des Abrahamschen Ausdruckes.

1) H. Minkowski, l. c. Ausdr. (98).

Helsingfors, 4. April 1910.

(Eingegangen 10. April 1910.)

Nachtrag. Herr Prof. Dr. M. Abraham hat mir in liebenswürdiger Weise brieflich Näheres über seinen Standpunkt mitgeteilt. Nach seiner Ansicht erleidet die bewegte Scheibe außer der Wärmezufuhr Q' noch eine Energiezunahme von der Größe $\mathfrak{K}'\mathfrak{v}$. Dann ist natürlich kein Widerspruch mit dem Energiesatz vorhanden, es bleibt aber die physikalische Bedeutung der Energiezunahme $\mathfrak{K}'\mathfrak{v}$ zu erklären, die allerdings ich nicht einsehen kann.

Helsingfors, 11. Mai 1910.

Absoluter Spannungsmesser für Spannungen von 10000 bis 180000 Volt.

Von A. Tschernyscheff.

Die bis jetzt existierenden Instrumente zur Messung hoher Spannungen weisen eine Reihe von Mängeln auf, welche sie zu genauen Messungen wenig geeignet machen. Wählt man Luft unter Atmosphärendruck als Isolator zwischen den einander anziehenden Teilen, so werden die Instrumente außerordentlich schwerfällig und verhältnismäßig unempfindlich, weil man dann bei sehr hohen Spannungen den Abstand zwischen den einander anziehenden Teilen sehr groß nehmen muß. Außerdem wirkt auf ihre Anzeigen die Ausströmung der Elektrizität, indem sie Luftströmungen erzeugt; bei der geringen Intensität der Anziehung kann dieser Umstand das Resultat der Messung stark verzerren. Der Ersatz der Luftisolation durch eine isolierende Flüssigkeit hat auch keine befriedigenden Resultate gegeben, denn solche Instrumente erfordern eine beschwerliche empirische Graduierung, die sich überdies noch in Abhängigkeit von einer ganzen Reihe von Umständen verändert. Diese Mängel konnten aber vermieden werden durch Anwendung eines (auf 10 Atm.) komprimierten Gases als isolierender Substanz zwischen den einander anziehenden Teilen.

Das vorliegende Instrument ist im wesentlichen eine elektrostatische Wage, wobei die elektrostatischen Anziehungskräfte zwischen den Scheiben A und B (Fig. 1) ausbalanciert werden durch die magnetische Anziehung zwischen den Spulen S und m, welche von demselben Strom durchflossen werden. Wenn die Stromrichtung in beiden Spulen die gleiche ist, so wird die eine Spule in die andere hineingezogen mit einer Kraft proportional dem Quadrat der Stromstärke:

$$F_1 = aJ^2 \quad (a = \text{Konstante}). \tag{1}$$

Anderseits ist die elektrostatische Anziehung der Scheiben aufeinander proportional dem Quadrate ihrer Potentialdifferenz:

$$F_2 = bV^2 \quad (b = \text{Konstante}). \tag{2}$$

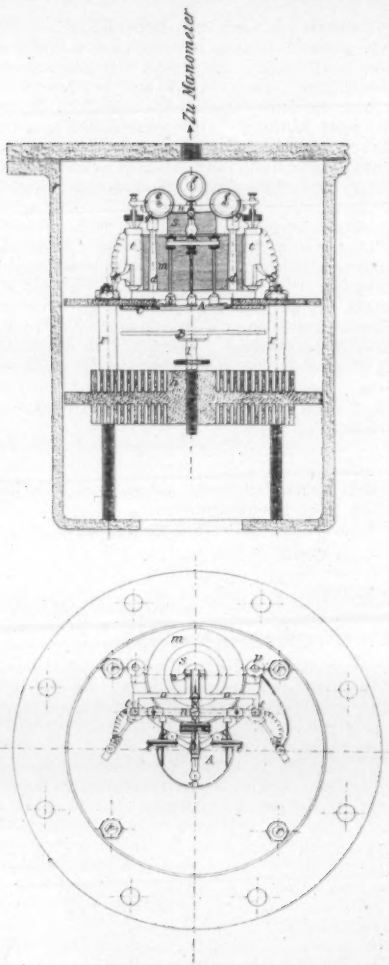
Im Gleichgewicht ist:

$$aJ^2 = bV^2,$$

d. h.

$$V = cJ, \text{ wo } c = \sqrt{\frac{a}{b}}. \tag{3}$$

Für das vorliegende Elektrometer ist die gesuchte Potentialdifferenz gleich der Intensität des ausbalancierenden Stromes multipliziert mit einer Apparat-Konstante. Die Figuren zeigen den Bau des Instrumentes. Die Scheibe A bildet den beweglichen Teil (Diameter 60 mm), er ist umgeben vom Schutzring C (innerer Durchmesser 61 mm, äußerer 120 mm). Die unbewegliche Scheibe B (Durchmesser 120 mm), liegt gegenüber der beweglichen Scheibe A. Um die Potentialdifferenz in zwei Punkten zu messen, verbindet man A und C mit dem einen Punkt, B mit dem anderen. Damit bei der daraufhin erfolgenden Anziehung die Scheibe A nicht zu starke Schwingungen um ihre Gleichgewichtslage ausführe, ist ihr Spielbereich durch Anschläge eingeschränkt auf 0,4 mm nach unten und 0,05 mm nach oben. Die Scheibe A ist aufgehängt auf dem einen Arm des Wagebalkens u, auf dessen anderem Arm die Spule m schwebt. Zur Bestimmung des Gleichgewichts wird durchs Fenster w auf den Ablesespiegel a visiert. Der Strom wird der Spule S über die Kupferblättchen o durch zwei bewegliche Kontakte zugeführt, welche in die mit Quecksilber gefüllten Ebonitnäpfe t ein-



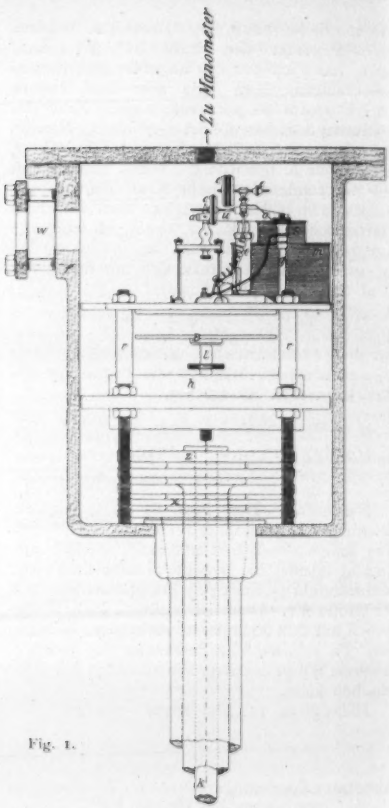


Fig. 1.

tauchen. Um seitliche Verschiebungen zu vermeiden, ist der Wagebalken nicht auf Prismen gelagert, sondern vermittelst des Querbalkens u auf Stahlspitzen g. Diese Art von Lagerung gestattet eine genauere Zentrierung der Scheibe A, als die Prismenlagerung. Die Spitzen g lagern auf Stahlschälchen, die auf den Säulen d befestigt sind. Die genaue Einregulierung der Spitzen g und der Schälchen erfolgt durch Stellschrauben, die auf der Photographie zu sehen sind. Die durch Schraubung zu verstellenden Gewichte e dienen zur Ausbalancierung der Spule S. Alle Teile des Apparates sind befestigt auf der Ebonitscheibe i, welche vermittelst der Ebonitstäbe r mit dem Ebonitkörper h verbunden ist. Auf dem letzteren ist die Scheibe B befestigt. Die jeweils erforderliche Distanz zwischen B und C wird mit Hilfe der Stellschraube l hergestellt. Um volle Parallelität der Scheiben herzustellen, dienen die Schrauben v. Zur Verbesserung der Isolation ist der Ebonitkörper h mit ringförmigen Vertiefungen ausgestattet. Als normaler Abstand zwischen den Scheiben A und B wurde 20 mm gewählt.

Der ganze Apparat ist eingeschlossen in ein zylindrisches Gehäuse aus Messing (Durch-

messer 24 cm, Höhe 35 cm). Den Boden des Gehäuses durchsetzen zwei konzentrische Ebonitröhren x und z; im Zwischenraum zwischen ihnen befindet sich eine dünne Messingröhre. Die Röhre z umschließt den Messingstab k, welcher der Scheibe B ihr Potential zuführt. Der Kopf der Röhren x und z ist wieder zur Verbesserung der Isolation mit ringförmigen Ausbuchtungen versehen.

Die Ingangsetzung und Graduierung des Apparates geschieht folgendermaßen:

1. Horizontale Einstellung der Scheibe B.

2. Parallele Einstellung und Zentrierung der Scheibe A, vermittelst Einregulierung der Spitzen g und der Schälchen auf den Säulen d.

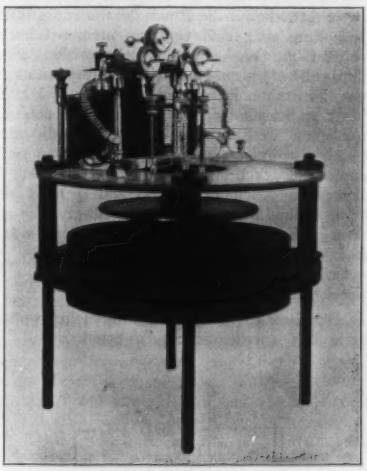


Fig. 2.

3. Bestimmung der Spiegelstellung und Scheibendistanz für Nullstellung.

4. Ausbalancierung der Spule S vermittelst der Gegengewichte l.

5. Ermittlung der Konstante c in Formel (3).

Zu diesem Zweck bestimmt man zunächst die Konstante a (Formel 1), indem man auf die Scheibe A eine Reihe bekannter Gewichte legt und die Stromstärken mißt, die zu ihrer Ausbalancierung erforderlich sind. Die Konstante b in Formel (2) bestimmt sich durch Rechnung aus den Dimensionen des Apparates und der Dielektrizitätskonstante des verwendeten Gases (Luft oder Sauerstoff) bei dem gewählten Druck (etwa 10 Atm.).

Bei der Bestimmung der Konstante a wurde ein Westonsches Etalon-Amperemeter benutzt, das noch einen Strom von $^1/_{1000}$ Ampere abzulesen gestattet bei einem Messungsbereich von 0—1,5 Ampere, und einen Strom von $^1/_{100}$ Ampere bei einem Messungsbereich bis 15 Ampere. Als Stromquelle diente eine Akkumulatorenbatterie von 110 Volt und 330 Amperestunden-Kapazität. Es ergaben sich bei einer Reihe von Messungen folgende Werte der Konstante a:

Gewichte gr	Stromstärke Ampere	Konstante a
0,5	0,832	0,7223
1,0	1,177	0,7218
1,5	1,4415	0,7219
5,0	2,63	0,7228
10,0	3,72	0,7225
20,0	5,26	0,7228
50,0	8,32	0,7223
		Mittel 0,7223

Zur Berechnung der Konstante b vermittelst der Formel:

$$b = S \cdot \frac{k}{4\pi l^2},$$

wurde die Oberfläche S ausgemessen zu

$$S = \frac{\pi (6{,}05)^2}{4} = 28{,}748.$$

Die Entfernung l zwischen den Scheiben A und B war 2,00 cm.

Der Wert der Dielektrizitätskonstante für Luft bei 10 Atm. wurde den Messungen von Tangl[1]) entnommen:

$$k = 1{,}005405.$$

Dies gibt für b den Wert:

$$b = 0{,}00029307,$$

und für C den Wert:

$$C = 14897 \pm 19 \text{ Volt}.$$

Der beschriebene Apparat wurde für Wechselstrom bis 130000 effektive Volt (etwa 180000 maximale Volt) geprüft mit Hilfe eines Transformators von 10 kw Leistung. Die Handhabung machte keine wesentlichen Schwierigkeiten.

Das vorliegende Meßinstrument hat folgende charakteristische Eigenschaften:

I. Es ist für Spannungen von 10000 bis 180000 Volt bestimmt.

II. Da der Wert der Dielektrizitätskonstante eines Gases von der Frequenz des Wechselstromes nicht abhängt, so ist das Instrument ebensowohl für Wechselstrom- als für Gleichstrommessung geeignet und eine Änderung der anfänglichen Graduierung im Lauf der Zeit tritt nicht ein.

III. In dem verdichteten Gas stellt sich eine Ausströmung der Elektrizität nur erst bei außer-

1) Ann. d. Phys. **26**, 59, 1908.

ordentlich hohen Spannungen ein; außerdem übt sie dann keinen irgendwie merklichen Einfluß auf das Messungsresultat aus, weil die elektrostatische Anziehung sehr beträchtlich ist (sie erreicht 70—100000 Dyn).

IV. Der geringe Abstand zwischen den einander anziehenden Teilen gestattet die bewegliche Scheibe mit einem Schutzring zu umgeben und so das Instrument zu einem absoluten Spannungsmesser zu machen. Letzterer Umstand ist deshalb besonders wichtig, weil für Spannungsgebiete von 100000 bis 180000 Volt bisher keine absoluten Spannungsmesser existieren.

V. Der verhältnismäßig geringe Abstand zwischen den einander anziehenden Teilen (2 cm) gestattet die Empfindlichkeit des Apparates sehr hoch zu steigern. Eine meßbare Verschiebung tritt schon bei 10 mgr Gewicht ein, was einer Zusatzspannung

von 100 Volt (etwa) bei 20000 Volt,
von 10 Volt (etwa) bei 180000 Volt.

Die Genauigkeit des Absolutwertes der Spannung wird durch die Konstante C bestimmt, was im wesentlichen auf die Messung des Abstandes zwischen den anziehenden Teilen hinausläuft. Spannungen über 25000 Volt können auf 0,3 Proz. genau gemessen werden.

St. Petersburg, Elektrotech. Laboratorium des Polytechn. Instituts.

(Aus dem Russischen übersetzt von P. Ehrenfest.)

(Eingegangen 10. April 1910.)

Über neue Resonanzerscheinungen in Wechselstromkreisen.

Von O. Martienssen.

I. Theoretischer Teil.

Sind in einem Wechselstromkreise ein Kondensator und eine reine Selbstinduktion, z. B. eine wirbelstromfreie Drahtspule ohne Eisen, in Reihe geschaltet, so tritt bekanntlich Resonanz ein, wenn der induktive Widerstand gleich dem Kapazitätswiderstand wird; dann hat die effektive Stromstärke ihren höchsten Wert und ist nach dem Ohmschen Gesetze aus Spannung und Widerstand gegeben. Die Spannung am Kondensator und an der Selbstinduktion sind dann im allgemeinen höher als die Außenspannung.

Sind die genannten Widerstände nicht gleich, so bestimmt sich die effektive Stromstärke nach der bekannten Gleichung

$$J = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2}}, \qquad (1)$$

wo R, C und L Widerstand, Kapazität und Selbstinduktion bedeuten, und $\omega = 2\pi n$ die Frequenz mißt. Hat die Spannungskurve sinusförmigen Verlauf, so ist dies auch bei der Stromkurve der Fall. Ist die Spannungskurve nicht sinusförmig, so erhält man die Stromkurvenform, wenn man die Spannungskurve in Partialschwingungen zerlegt und für jede die zugehörige Partialschwingung des Stromes nach Gleichung (1) berechnet.

Diese einfachen und bekannten Verhältnisse treffen indessen in der Praxis meistens nicht zu, weil die gebräuchlichen Selbstinduktionen aus Drosselspulen mit Eisen bestehen, die einerseits Wirbelstrom enthalten, andererseits eine variable Permeabilität besitzen. Stromkreise dieser Art, die für die Praxis gerade von größter Bedeutung sind; sind trotzdem meines Wissens bisher nicht eingehend untersucht worden. Herr Benischke[1]) nimmt bei seinen Untersuchungen eine konstante Permeabilität an und kommt daher zu Resultaten, die nur teilweise den tatsächlichen Verhältnissen entsprechen, die aber gerade die interessantesten Erscheinungen nicht zum Ausdruck bringen. Demgegenüber soll in dieser Untersuchung die Veränderlichkeit der Permeabilität des Eisens mit der Magnetisierung berücksichtigt werden, und wir werden finden, daß wir zu Erscheinungen kommen, die in vieler Hinsicht von den bekannten Erscheinungen abweichen.

Der Stromkreis, den wir untersuchen wollen, ist in Fig. 1 schematisch dargestellt:

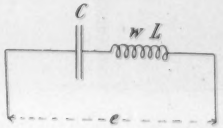


Fig. 1.

Ein Kondensator C liegt in Serie mit einer Drosselspule, die einen Ohmschen Leitungswiderstand w besitzt. Vom Skineffekt, also einer event. Änderung dieses Widerstands mit der Periode soll abgesehen werden. An diesen Stromkreis sei eine Wechselspannung von sinusförmigem Verlauf

$$e = E \sin \omega t$$

gelegt; der effektive Wert der Spannung sei E. Wir wollen untersuchen, wie die Stromstärke i

1) Dr. Benischke: Zeitschrift für Elektrotechnik und Maschinenbau, Wien 1907, Heft 33.

von der Spannung, der Frequenz und den Eigenschaften des Stromkreises abhängt.

Zur Vereinfachung der Aufgabe wollen wir annehmen, daß der Eisenkern der Drosselspule vollkommen geschlossen ist und die Streuung desselben vernachlässigt werden kann. Die Windungszahl der Drosselspule sei n und die Anzahl der Kraftlinien im Eisenkern N.

Wir erhalten dann für die Spannungen ohne weiteres die Differentialgleichung

$$e = i \cdot w + \frac{1}{C} \int i\,dt + n \cdot \frac{dN}{dt}, \qquad (2)$$

die besagt, daß die Summe aller im Stromkreise auftretenden Spannungen in jedem Augenblick o sein muß. Messen wir die Spannung in Volt, den Strom in Ampere und den Widerstand in Ohm, so ist die Kapazität C in Farad und die Kraftlinienzahl N in 10^8 C.G.S.-Einheiten auszudrücken. In der Gleichung ist $i \cdot w$ der Spannungsverlust durch Ohmschen Widerstand, $\frac{1}{C} \int i\,dt$ die Spannung am Kondensator und $n \cdot \frac{dN}{dt}$ die in der Drosselspule induzierte Spannung.

Um aus Gleichung (2) den Strom i als Funktion der Spannung e zu finden, ist es zunächst nötig, die Kraftlinienzahl N durch i auszudrücken.

Die Magnetisierung des Eisens wird nun bedingt einmal durch den Strom i selbst und sodann durch die im Eisen induzierten Wirbelströme. Wir wollen uns indessen die tatsächlich vorhandenen Wirbelströme ersetzt denken durch einen dieselbe magnetische Wirkung hervorrufenden Wirbelstrom i_z, welcher den Eisenkern einmal umkreist und dessen geschlossene Bahn den Ohmschen Widerstand ϱ besitzt. Der Widerstand ϱ ist experimentell bestimmbar, wie weiter unten gezeigt werden soll. Wir haben demnach durch Wirbelstrom die Amperewindungen i_z. Daß es zulässig ist, nur eine Windung anzunehmen, geht ohne weiteres daraus hervor, daß die Amperewindungen dieselben bleiben, auch wenn wir annehmen, daß der Wirbelstrom in mehreren Windungen n_z den Eisenkern umläuft. Der Widerstand dieser n_z-Windungen, die dann in Serie statt parallel geschaltet sind, wäre nämlich $n_z^2 \cdot \varrho$ und der die n_z-Windungen durchfließende Strom $\frac{1}{n_z} \cdot i_z$ bei derselben Kraftlinienzahl. Die Amperewindungen wären also wieder $\frac{1}{n_z} \cdot i_z \cdot n_z = i_z$. Hierbei ist allerdings angenommen, daß die Wirbelströme keine wesentliche Ungleichmäßigkeit in der Magnetisierung des ganzen Eisenquerschnittes hervorbringen, wie es bei lamellierten Eisenkernen tatsächlich auch nicht der Fall ist. Führen wir den so definierten Wirbelstrom ein, so haben wir:

$$N = 10^{-9} \frac{4\pi \cdot q}{l} \mu (n i + i_z). \qquad (3)$$

Hier bedeutet q den Querschnitt des Eisenkerns, l die mittlere Länge desselben und μ die magnetische Permeabilität.

Aus dieser Gleichung können wir i_z eliminieren. Da der Strom i_z in sich kurz geschlossen ist, besteht nämlich für den Wirbelstromkreis die Spannungsgleichung:

$$o = i_z \cdot \varrho + \frac{dN}{dt}$$

also

$$i_z = -\frac{1}{\varrho} \cdot \frac{dN}{dt}. \qquad (4)$$

Setzen wir diesen Wert in Gleichung (3) ein, so erhalten wir

$$N = 10^{-9} \frac{4\pi q}{l} \mu \left(n i - \frac{1}{\varrho} \frac{dN}{dt} \right)$$

oder wenn wir der Abkürzung halber setzen

$$\lambda = 10^{-9} \frac{4\pi q}{l}$$

$$\frac{dN}{dt} + \frac{\varrho}{\lambda \mu} N = \varrho \cdot n \cdot i. \qquad (5)$$

Aus dieser Gleichung (5) ist demnach N als Funktion von i gegeben und es kann dann, in Gleichung (2) eingesetzt, aus dieser letzteren i als Funktion von e bestimmt werden.

Die Gleichung (5) ist indessen analytisch nicht ohne weiteres lösbar, da sie den Faktor μ enthält, der selbst eine nicht analytisch ausdrückbare Funktion von N ist.

Trotzdem lassen sich die Gleichungen auswerten, wenn wir annehmen, daß μ für eine kleine Zeit t konstant bleibt. Das erhaltene Resultat ist dann für diese kleine Zeit t richtig. Für den nächstfolgenden Zeitmoment müssen wir in unserem Resultat das für diesen Moment gültige μ einsetzen und so fort; auf diese Weise erhalten wir die für bestimmte Zeiten gültigen Werte von i, die wir dann graphisch zu einer Kurve zusammensetzen können, die uns den Verlauf von i mit der Zeit angibt.

Unter Annahme eines konstanten μ können wir nämlich setzen

$$\left.\begin{aligned} e &= E \sin \omega t, \; i = \overline{J} \sin (\omega t + \varphi), \\ N &= \overline{N} \sin (\omega t + \varphi - \psi). \end{aligned}\right| \qquad (6)$$

Hier ist φ die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung und ψ die Phasenverschiebung des Magnetfeldes gegen den Strom.

Um zunächst $\overline{N}$ und ψ zu bestimmen, setze ich die Werte in Gleichung (5) ein und erhalte

$$\omega N \cos(\omega t + \varphi - \psi) + \frac{\varrho}{\lambda \mu} \bar{N} \sin(\omega t + \varphi - \psi) = \varrho \cdot n \cdot \bar{J} \sin(\omega t + \varphi)$$

eine Gleichung, die für jedes t identisch erfüllt sein muß. Setze ich

$$\omega t + \varphi - \psi = 0, \quad \text{also} \quad \omega t = \psi - \varphi,$$

so folgt

$$\omega \bar{N} = \varrho \cdot n \bar{J} \sin \psi$$

und

$$\omega t + \varphi - \psi = \frac{\pi}{2}, \quad \text{also} \quad \omega t = \frac{\pi}{2} + \psi - \varphi,$$

so folgt

$$\frac{\varrho}{\lambda \cdot \mu} N = \varrho \cdot n \bar{J} \cos \psi,$$

aus diesen beiden Gleichungen ergibt sich durch Division

$$\operatorname{tg} \psi = \mu \cdot \omega \frac{\lambda}{\varrho} \tag{7}$$

und ferner

$$\bar{N} = \bar{J} \frac{\lambda \cdot n \cdot \mu}{\sqrt{1 + \omega^2 \mu^2 \frac{\lambda^2}{\varrho^2}}}, \tag{8}$$

so daß also

$$N = \bar{J} \frac{\lambda \cdot n \cdot \mu}{\sqrt{1 + \omega^2 \mu^2 \frac{\lambda^2}{\varrho^2}}} \sin(\omega t + \varphi - \psi). \tag{9}$$

Aus Gleichung (9) erkennt man, daß das Feld durch Wirbelstrom geschwächt und in der Phase verschoben wird. Bei gutem lamellierten Eisen ist indessen ψ stets klein und die Feldschwächung in erster Annäherung zu vernachlässigen, sobald die Frequenz die in der Wechselstromtechnik übliche Größe nicht überschreitet.

Setzen wir den in Gleichung (9) gefundenen Wert für N in Gleichung (2) ein, so erhalten wir die Lösung derselben. Zunächst bekommen wir durch Differentiation nach t:

$$\frac{de}{dt} = w \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i + n \frac{d^2 N}{dt^2}.$$

Die Einsetzung der Werte für e, i und N ergibt die identisch zu erfüllende Gleichung:

$$\omega \cdot \bar{E} \cos \omega t = \omega \cdot w \bar{J} \cos(\omega t + \varphi) + \frac{1}{C} \bar{J} \sin(\omega t + \varphi) - \omega^2 n \bar{J} \frac{\lambda n \cdot \mu}{\sqrt{1 + \omega^2 \mu^2 \frac{\lambda^2}{\varrho^2}}} \sin(\omega t + \varphi).$$

aus derselben erhält man für

$$\omega t = -\varphi,$$

$$\omega \cdot \bar{E} \cos \varphi = \omega \cdot w \cdot \bar{J} + \bar{J} \frac{\omega^2 n^2 \lambda \mu}{\sqrt{1 + \omega^2 \mu^2 \frac{\lambda^2}{\varrho^2}}} \sin \psi$$

und für

$$\omega t = \frac{\pi}{2} - \varphi,$$

$$\omega \cdot \bar{E} \sin \varphi = \frac{1}{C} \cdot \bar{J} - \bar{J} \frac{\omega^2 n^2 \lambda \mu}{\sqrt{1 + \omega^2 \mu^2 \frac{\lambda^2}{\varrho^2}}} \cos \psi.$$

Setze ich nun

$$R = w + \frac{\omega \cdot n^2 \lambda \mu}{\sqrt{1 + \omega^2 \mu^2 \frac{\lambda^2}{\varrho^2}}} \sin \psi \tag{10}$$

und

$$L = \frac{n^2 \lambda \mu}{\sqrt{1 + \omega^2 \mu^2 \frac{\lambda^2}{\varrho^2}}} \cos \psi, \tag{11}$$

so erhält man

$$\bar{E} \cos \varphi = \bar{J} R,$$

$$\bar{E} \sin \varphi = \bar{J} \left(\frac{1}{C \omega} - L \omega \right)$$

und daraus

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{R} \left(\frac{1}{C \omega} - L \omega \right), \tag{12}$$

ferner

$$\bar{J} = \frac{\bar{E}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C \omega} - L \omega \right)^2}},$$

also

$$i = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C \omega} - L \omega \right)^2}} \sin(\omega t + \varphi). \tag{13}$$

Man erkennt demnach, daß sich der Strom i durch dieselbe Gleichung (1) darstellen läßt, die für wirbelstromfreie Selbstinduktionen gilt, wenn nur L und R eine etwas modifizierte Bedeutung erhalten. Die Ausdrücke für L und R lassen sich vereinfachen, wenn wir setzen

$$\sin \psi = \frac{\operatorname{tg} \psi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} = \frac{\omega \lambda \mu}{\sqrt{1 + \omega^2 \mu^2 \frac{\lambda^2}{\varrho^2}}}$$

und

$$\cos \psi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \mu^2 \frac{\lambda^2}{\varrho^2}}}$$

und erhalten:

$$R = w + \omega^2 n^2 \frac{\lambda^2 \mu^2}{\varrho \left(1 + \omega^2 \mu^2 \frac{\lambda^2}{\varrho^2} \right)} \text{ Ohm} \tag{14}$$

und

$$L = n^2 \frac{\lambda \mu}{1 + \omega^2 \mu^2 \frac{\lambda^2}{\varrho^2}} \text{ Henry}. \tag{15}$$

Man erkennt demnach, daß der Wirbelstrom

den scheinbaren Widerstand vergrößert, dagegen die Selbstinduktion ein wenig verkleinert. Bei Eisenkernen aus Dynamoblech ist für fast die ganze Magnetisierungskurve (mit Ausnahme des Stückes der absteigenden Magnetisierung, das die Ordinatenachse schneidet und für welches μ durch den Wert unendlich geht) $\omega^2\mu^2\frac{\lambda^2}{\varrho^2}$ gegen die eins zu vernachlässigen, und außerdem der Widerstand w im Ausdruck für R zu vernachlässigen; man hat somit angenähert

$$R \sim \omega^2 n^2 \mu^2 \frac{\lambda^2}{\varrho} \qquad (14a)$$

und

$$L \sim n^2 \lambda \cdot \mu . \qquad (15a)$$

Es ist demnach angenähert R proportional dem Quadrat der Permeabilität und der Frequenz, L proportional der Permeabilität und unabhängig von der Frequenz. Da die Permeabilität mit zunehmendem Magnetisierungsstrom zunächst steigt, dann sehr stark fällt, ist auch R und L entsprechend von der Stromstärke abhängig und zwar sind die Änderungen von R wesentlich stärker als L.

R wird bestimmt durch den fiktiven Wirbelstromwiderstand ϱ. Dieser ist der Messung ohne weiteres zugänglich, da er in direkter Beziehung zur sogenannten „Wirbelstrom-Verlustziffer" Z_w des verwandten Eisen steht. Diese ist die durch Wirbelstrom in Wärme verwandelte Leistung in Watt pro kg Eisen, wenn dieses sinusförmig bis zu $B_{max} = 10000$ 50 mal pro Sekunde magnetisiert wird. Bei $\bar{N} = 10000\,q$ ist demnach die gesamte in unserem Eisenkern verbrauchte Leistung

$$\frac{q \cdot l \cdot 7{,}7}{1000} \cdot Z_w ,$$

wo $q \cdot l \cdot 7{,}7$ das Gewicht des Eisenkerns in kg ist und das spezifische Gewicht $\sigma = 7{,}7$ gesetzt ist. Andererseits ist diese Leistung

$$J_e^2 \cdot \varrho ,$$

wo J_e der effektive Wert des Wirbelstromes i_e ist. Wir haben also

$$\varrho = \frac{Z_w}{J_e^2} \cdot \frac{q \cdot l \cdot 7{,}7}{1000} .$$

Da nun nach Gleichung (4):

$$i_e = -\frac{1}{\varrho}\frac{dN}{dt} ,$$

erhalten wir für

$$N = q \cdot 10000 \cdot 10^{-8} \cdot \sin 2\pi \cdot 50 \cdot t$$

$$J_e = \frac{q}{\varrho}\frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot 50 \cdot 10^{-4} ,$$

dies eingesetzt ergibt:

$$\varrho = \frac{0{,}0638}{Z_w} \cdot \frac{q}{l} \text{ Ohm.} \qquad (16)$$

Hieraus folgt

$$\frac{\lambda}{\varrho} = 10^{-9}\frac{4\pi}{0{,}0638} Z_w . \qquad (17)$$

Es ist demnach in den Ausdrücken (14) und (15) für R und L der Quotient $\frac{\lambda}{\varrho}$ nur von der Verlustziffer des Eisens abhängig, und ist diese maßgebend, wieweit die in Gleichungen (14a) und (15a) gemachten Vernachlässigungen zulässig sind. Eingesetzt ergibt sich durch die Verlustziffer ausgedrückt:

$$R = w + \omega^2 n^2 \mu^2 \frac{q}{l} \cdot Z_w \frac{2{,}48 \cdot 10^{-15}}{1 + 38{,}7 \cdot 10^{-15} \cdot \omega^2 \mu^2 Z_w^2} \qquad (14b)$$

und

$$L = n^2 \mu \frac{q}{l} \frac{12{,}55 \cdot 10^{-9}}{1 + 38{,}7 \cdot 10^{-15} \omega^2 \mu^2 Z_w^2} . \qquad (15b)$$

Diese Werte sind der Rechnung ohne weiteres zugänglich.

Ist in unserem Stromkreise der Kondensator kurzgeschlossen, so folgt aus Gleichung (12)

$$\operatorname{tg} \varphi = \omega \frac{L}{R} .$$

Die letztgefundenen Werte von R und L eingesetzt, gibt unter Vernachlässigung von w:

$$\operatorname{tg} \varphi = c \frac{1}{\omega \cdot \mu Z_w} ,$$

wo c ein Zahlenfaktor.

Hieraus folgt, daß die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung an einer eisengeschlossenen Drosselspule unabhängig ist von den Dimensionen derselben, und um so größer, je kleiner die Permeabilität des Eisens.

Die Gleichungen (13), (14) und (15) bestimmen die Stromstärke i als Funktion der Spannung e, wenn die Permeabilität μ konstant ist. Indessen geben sie auch bei variablem μ die Mittel an die Hand, auf graphischem Wege den Verlauf von i zu erhalten.

Zu diesem Zwecke kombinieren wir Gleichung (13) mit Gleichung (9), indem wir in letztere den Wert von J aus Gleichung (13) einsetzen und erhalten:

$$N = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2}} \cdot \frac{\lambda \cdot n \cdot \mu}{\sqrt{1 + \omega^2 \mu^2 \frac{\lambda^2}{\varrho^2}}} \sin(\omega t + \varphi - \psi) . \qquad (18)$$

Jetzt nehmen wir eine Reihe aufeinanderfolgende Werte von μ an und berechnen aus Gleichung (14) und (15) die zugehörigen Werte von R und L, nach Gleichung (7) die Werte

von ψ und nach Gleichung (12) die Werte von φ. Ferner suchen wir in der Magnetisierungskurve die den Werten von μ entsprechenden Werte von N. Sodann können wir nach Gleichung (18) die Zeiten „t" berechnen, die diesen Werten von N und μ entsprechen und erhalten somit den Verlauf von N mit der Zeit für ein gegebenes $\bar{E}$ bzw. $E = \frac{\bar{E}}{\sqrt{2}}$. Diese Werte der Zeit in Gleichung (13) eingesetzt, geben den Verlauf des Stromes mit der Zeit. Aus der Stromkurve läßt sich dann der Effektivwert des Stromes finden, welcher der gegebenen effektiven Spannung E entspricht.

Diese Rechnungsmethode ist umständlich, gibt indessen die vollständige Lösung des Problems für gegebene Abmessungen des Kondensators und der Drosselspule und berücksichtigt auch die Hysteresis des Eisens, wenn die korrespondierenden Werte von μ und N der statisch aufgenommenen Hysteresisschleife des benutzten Eisens entnommen werden. Sie läßt ferner sofort die wichtigste Eigenschaft unseres Stromkreises erkennen:

Da die magnetische Permeabilität μ mit der Magnetisierung erst zunimmt und dann wieder abnimmt sowohl auf dem aufsteigenden Ast als auch auf dem absteigenden Ast der Magnetisierungskurve, so gibt es für eine bestimmte Wertereihe von μ für jeden Ast zwei korrespondierende Wertereihen von N. Diese in Gleichung (16) eingesetzt, ergeben auch zwei Wertereihen von t, und diese zwei verschiedene Stromkurven von i, welche für dieselbe Spannung E möglich sind. Da beiden Stromkurven auch verschiedene effektive Werte entsprechen, haben wir das überraschende Resultat, daß in unserem Stromkreise im allgemeinen bei einer gegebenen Spannung und Frequenz zwei Stromstärken möglich sind. Die Gleichung (18) gibt gleichzeitig darüber Aufschluß, wann dies möglich ist: da nämlich der Sinus stets kleiner als eins ist, muß das sinusfreie Glied der rechten Seite stets größer als N sein. Genügen beide Wertereihen von N dieser Bedingung, so sind zwei Stromstärken möglich; wenn nur eine diese Bedingung erfüllt, so haben wir auch nur eine Stromstärke. Werte von μ, für welche N diese Bedingung gar nicht erfüllt, können nicht vorkommen.

Ohne diese Rechnung näher durchzuführen, können wir ohne weiteres aus den Gleichungen (13), (14) und (15) folgende Eigentümlichkeiten des Stromes in unserem Stromkreis entnehmen:

1. In Gleichung (13) erscheint der Strom dargestellt als eine Sinusfunktion der Zeit, multipliziert mit einem „Kennfaktor", der selbst eine Funktion der Zeit ist. Daraus folgt, daß die Variation von μ eine Verzerrung der Stromkurve herbeiführt und diese auch bei sinusförmig verlaufender Spannung wesentlich andere Form annimmt.

2. Da positiven und negativen Werten von N gleiche Werte von μ zukommen, so folgt, daß die Stromkurve symmetrisch zur Abszissenachse bleiben muß. Dies bedingt, daß der Strom keine Gleichstromkomponente besitzt, und in einer Fourierschen Reihe dargestellt, nur Glieder mit ungerader Ordnungszahl enthalten kann.

3. Die Hysteresis bewirkt, daß gleichen Werten von N bei steigender und fallender Magnetisierung verschiedene Permeabilitäten zukommen, und ruft dadurch eine Unsymmetrie zur Ordinatenachse hervor. Da nun R sowohl als L sich mit μ in gleicher Richtung ändern, hängt es von den Konstanten der Drosselspule ab, ob der Nenner der Gleichung (13) bei höherem μ größer oder kleiner ist. Es ist demnach nicht ohne weiteres anzugeben, ob das Maximum des Stromes sich nach der einen oder anderen Richtung hin verschiebt, während bei Stromkreisen ohne Kondensator das Maximum stets nach der Seite des abfallenden i hin verschoben wird.

4. Sehen wir von dieser Unsymmetrie der Stromkurve ab, so können wir die charakteristischen Formen derselben aus folgenden Überlegungen erkennen:

Es sei $L \cdot \omega$ verhältnismäßig groß gegen $\frac{1}{C\omega}$, so daß bei normaler Magnetisierung $\left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2$ mit L ab- bzw. zunimmt. Bei geringer Magnetisierung nimmt μ mit der Magnetisierung zu, also auch R und L und der Nenner in Ausdruck von i. Der Strom bleibt demnach kleiner als der Sinuskurve entspricht und die Stromkurve erscheint abgeflacht. Bei weiterer Steigerung der Magnetisierung nimmt μ wieder ab, und demnach auch R und L; dies bedingt eine Abnahme des Nenners und ein steileres Ansteigen der Stromkurve. Da der stärkere Strom eine stärkere Magnetisierung bedingt, wird die Stromkurve fortgesetzt steiler, bis schließlich $L\omega$ den Wert von $\frac{1}{C\omega}$ erreicht und in dem Werte von R der konstante Ohmsche Widerstand w maßgebend wird. Dann nimmt der Nenner mit zunehmender Magnetisierung wieder zu und die Kurve flacht sich wieder ab. Wir erhalten demnach die charakteristische Stromkurve, Fig. 2, als Zeichen der Resonanzwirkung zwischen Selbstinduktion und Kapazität,

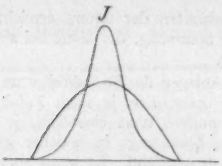


Fig. 2.

während bei reiner Selbstinduktion die Sinuskurve für Resonanz charakteristisch ist, selbst bei beliebig verlaufender Spannung. Da der Widerstand w in der Praxis fast immer verschwindend klein ist, erkennt man, daß bei genügend großer Windungszahl und Querschnitt der Drosselspule der Strom ungemein große Werte annehmen kann und einen sehr spitzen Verlauf bekommt. Dieser spitze Verlauf bedingt ein starkes Hervortreten höherer harmonischer Glieder, die unter Umständen die Grundschwingung überwiegen und den Anschein erwecken, als wäre der Strom in einen solchen höherer Frequenz verwandelt.

Bedingung für das Auftreten dieser Stromkurvenform ist einmal ein genügend großer Wert von L und sodann eine genügend hohe Spannung, damit die Magnetisierung überhaupt über den Knick der Magnetisierungskurve hin erfolgen kann. Ist L zu klein, so wird der Moment, in welchem $L\omega = \frac{1}{C\omega}$ wird, sehr bald erreicht und die Stromkurve bekommt die abgeflachte Form, Fig. 3; ist die Spannung zu

Fig. 3.

klein, so wird der Knick der Magnetisierungskurve überhaupt nicht erreicht, und der Nenner im Ausdruck von i nimmt mit der Zeit zu und wir erhalten ebenfalls eine abgeflachte Kurvenform. Ist schließlich $L\omega$ ganz zu vernachlässigen, so bewirkt das anfangs zunehmende, sodann fallende R anfangs eine Abflachung, später eine Zuspitzung der Stromkurve, die aber immer kleinere Werte behält, als wenn der Kondensator allein vorhanden wäre; wir erhalten demnach die Fig. 4.

Fig. 4.

Für die Praxis interessieren in erster Linie die effektiven Werte des Stromes, die aus den oben abgeleiteten Stromkurvenformen resultieren. Um die Abhängigkeit dieser Werte von der effektiven Spannung und der Periode zu erkennen, stellen wir den effektiven Strom dar durch die Gleichung:

$$J = \frac{E}{\sqrt{R_m^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L_m\omega\right)^2}}, \qquad (19)$$

wo R_m und L_m Mittelwerte sind aus allen Werten, die R und L während einer Periode durchlaufen. Diese Mittelwerte variieren naturgemäß mit der Stromkurvenform. Sicher ist indessen, daß beide Werte anwachsen mit zunehmendem E, wenn das Eisen während der ganzen Periode geringer magnetisiert wird, als dem Knick der Magnetisierungskurve entspricht, dagegen abnehmen, wenn das Eisen vornehmlich stärker magnetisiert wird, und zwar ist im allgemeinen die Abnahme von L_m geringer als die von $\frac{1}{J}$, die von R_m geringer als die von $\frac{1}{J^2}$, weil die Magnetisierung mit zunehmendem Strom stets zunimmt, also μ weniger stark fällt als $\frac{1}{i}$, und L linear, R quadratisch von μ abhängen.

Wir wollen jetzt in einer Kurve die Spannungen auftragen, die von o an zunehmenden Werten von J entsprechen. Zu diesem Zwecke schreiben wir Gleichung (17) in der Form:

$$E = J\sqrt{R_m^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L_m\omega\right)^2} \qquad (17a)$$

und nehmen wieder als besonders interessanten Fall an, daß $L\omega$ im allgemeinen größer als $\frac{1}{C\omega}$ ist, also $\left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2$ mit L steigt.

Steigern wir J von o an, so nehmen R und L wegen zunehmender Magnetisierung und zunehmendem μ zunächst zu; die Wurzel nimmt also ebenfalls zu und E steigt schneller als J. Wir erhalten demnach in Fig. 5 das Kurvenstück $o - a - b$. Sobald die Magnetisierung bis zum höchsten Wert von μ vorgeschritten, werden R und L konstant und E proportional J; wir erhalten das Kurvenstück $b - c$; bei weiter zunehmendem Magnetisierungsstrom nimmt μ wieder ab, also auch R und L und der Wurzelausdruck ebenfalls, so daß die Spannung weniger stark zunimmt als der Strom, entsprechend der Linie $c - d$. Ist R genügend klein, so wird schließlich mit abnehmendem L die Wurzel klein und kleiner werden, so daß die Abnahme derselben die Zunahme von J überwiegt, und

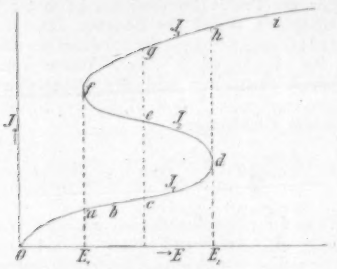


Fig. 5.

demnach das Produkt, also die Spannung, selbst abnimmt. Diesen Werten des Stromes entspricht das Kurvenstück $d-e-f$. Schließlich wird $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$; von dieser Stromstärke an wird das Quadrat dieses Ausdrucks wieder größer; die Wurzel nimmt zunächst weniger stark ab, wird konstant und nimmt schließlich wieder zu, wenn nämlich der Wert von R so weit gefallen ist, daß der in demselben enthaltene Ohmsche Widerstand w von Bedeutung wird. Dies bedingt wieder ein Anwachsen von E, und zwar in immer stärkerem Maße, so daß wir die Werte $f-g-h-i$ erhalten.

Es stellt somit in Fig. 5 die Kurve $a-b-c-d-f-g-h-i$, welche zwei Umkehrpunkte besitzt, die Charakteristik unseres Stromkreises dar, welche die Abhängigkeit zwischen Strom und Spannung wiedergibt. Man sieht aus der Kurve sofort, daß es ein Spannungsgebiet gibt von E_1 bis E_2, für welches drei Ströme J_1, J_2 und J_3 möglich sind. Es ist demnach, wie bereits oben erwähnt, in unserem Stromkreise die Stromstärke nicht mehr eine eindeutige Funktion der Spannung. Von den drei möglichen Werten sind indessen nur die zwei Werte J_1 und J_3 stabile Zustände, der mittlere Wert auf dem abfallenden Stück der Charakteristik ist labil und kann nicht dauernd bestehen.

Denken wir uns die Spannung von o an wachsen, so bekommt man zunächst die unteren Stromwerte: hat die Spannung den Wert E_2 erreicht, so muß der Strom von d nach h überspringen, weil es für Spannungen über E_2 nur noch den einen Stromwert gibt. Bei der Spannung E_2 wird somit der Strom unstetig. Nimmt die Spannung dagegen von hohen Werten aus ab, so fällt die Stromstärke stetig bis f und dann aus demselben Grunde plötzlich bei der Spannung E_1 bis a und sinkt dann wieder stetig bis o. Es wird demnach von den möglichen zwei Stromwerten der untere erreicht bei aufsteigender Spannung, der obere bei absteigender Spannung.

Beim Anlegen des Stromkreises an konstante Spannung kann sich je nach Zufall der eine oder der andere Wert einstellen, je nach der Phase der Spannung, in welcher gerade der Stromschluß stattfand. Es kann aber auch unvermittelt der Sprung von der niedrigen Stromstärke auf den hohen Wert erfolgen, wenn durch irgendwelche Überspannungen die Spannung nur momentan auf einen Wert über E_2 steigt.

Die Erscheinung ist nur möglich, wenn $L\omega$ groß genug ist, so daß es bei μ_{max} wesentlich größer ist als $\frac{1}{C\omega}$. Die hohen Stromwerte entsprechen einem Gebiete, in welchen $L\omega$ angenähert gleich $\frac{1}{C\omega}$ ist, also Resonanz herrscht. Wir sehen demnach, daß in unserem Stromkreise Resonanz eintritt, wenn nur L genügend groß ist, oder der Kondensator C genügend groß ist. Es sind demnach bestimmte Werte von L und C nicht notwendig, vielmehr gibt es stets ein großes Spannungsgebiet, in welchem Resonanz auftreten kann, und die Größe der Drosselspule im Vergleich zum Kondensator verschiebt nur dieses Spannungsgebiet. Denn die Bedingung für das Auftreten der hohen Resonanzstromstärken ist, daß die Spannung Werte, wenn auch nur momentan, erreicht, die $L\omega$ trotz hoher Anfangswerte dem Werte $\frac{1}{C\omega}$ nähern. Da nun μ, also auch L, mit wachsendem Strome nahezu unbegrenzt abnimmt, gibt es selbst bei den größten Drosselspulen Scheitelwerte der Spannung, die zur Resonanz führen müssen, und die Resonanzwirkung wird um so stärker, je größer die anfängliche Selbstinduktion des Stromkreises ist, ganz im Gegensatz zu solchen Stromkreisen, die reine Selbstinduktion enthalten. Die Resonanz und damit die möglichen Stromsprünge werden um so größer, je kleiner die Wirbelstromverluste sind und je größer die Kapazität.

Schließlich wollen wir noch untersuchen, wie sich die Stromstärke bei konstanter Spannung mit der Frequenz ändert.

Zunächst sei diese Spannung nur sehr gering, so daß die Magnetisierung gering bleibt und μ seinen Maximalwert nicht erreicht. Für sehr kleines ω ist dann in Gleichung (17) der Wert $\frac{1}{C\omega}$ im Nenner allein maßgebend, und der Strom steigt mit der Frequenz proportional; sobald auch der Wert $L\omega$ von Bedeutung wird, fängt die Stromstärke stärker an zu steigen und

erreicht den Maximalwert, wenn $L\omega = \frac{1}{C\omega}$; dieser Maximalwert ist indessen verhältnismäßig gering, da R mit dem Strom stark zugenommen hat. Bei weiter steigender Frequenz nimmt der Nenner zu und die Stromstärke fällt, aber nur langsam, da gleichzeitig die Magnetisierung und dadurch R und L fällt. Wir erhalten demnach die Kurve Fig. 6.

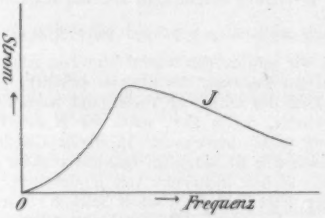


Fig. 6.

Eine ähnliche Überlegung führt uns bei etwas höherer Spannung zu der umgekehrt verlaufenden Kurve Fig. 7, die gilt, wenn der Knick der Magnetisierungskurve eben überschritten wird.

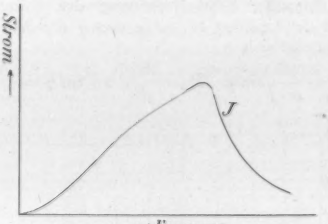


Fig. 7.

Wesentlich verändert wird die Kurve, wenn die Magnetisierung weit über den Knick der Magnetisierungskurve hinübergeht. Den Verlauf erkennt man, wenn wir die Gleichung (17) nach ω auflösen; wir erhalten

$$\omega^2_{,} = \frac{\frac{C}{2L_m}\left(\left[\frac{E}{J}\right]^2 - R_m^2\right) + 1}{L_m C} + \sqrt{\frac{\left\{\frac{C}{2L_m}\left(\left[\frac{E}{J}\right]^2 - R_m^2\right) + 1\right\}^2 - 1}{L_m^2 C^2}}.$$

Berücksichtigen wir zunächst das negative Vorzeichen, so erkennt man folgendes: Der Ausdruck für ω^2 nimmt fortgesetzt zu, wenn das Glied $\frac{C}{2L_m}\left(\left[\frac{E}{J}\right]^2 - R_m^2\right) + 1$ abnimmt, wie man sich durch Differentiation ohne weiteres überzeugt. Das Glied nimmt aber mit steigender Stromstärke tatsächlich ab. Bei einer Magnetisierung unterhalb des Punktes von μ_{max} ist dies sofort ersichtlich, da R und L zunehmen. Aber auch bei höherer Magnetisierung ist dies der Fall, da nach dem oben über L_m Gesagten L_m weniger stark abnimmt als $\frac{1}{J^2}$ und R_m die Abnahme dieses letzteren Gliedes nur verschärft, besonders wenn man berücksichtigt, daß es mit ω ebenfalls zunimmt. Wir erhalten demnach graphisch aufgetragen das Kurvenstück $a-b$ der Fig. 8. Den höchsten Wert erreicht ω, wenn die Wurzel = 0 geworden ist.

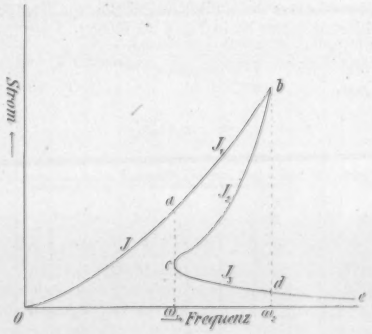


Fig. 8.

Gehen wir jetzt zum positiven Vorzeichen über und lassen J wieder abnehmen, so erkennen wir durch analoge Betrachtung, daß auch ω abnimmt, aber höhere Werte bekommt wie vordem, so daß wir das Kurvenstück $b-c$ erhalten. Dies dauert indessen nur so lange, bis die Magnetisierung den Höchstwert μ_{max} erreicht hat; dann nimmt ω mit abnehmender Stromstärke wieder zu und wir erhalten das Kurvenstück $c-d-e$. Wir haben demnach die ausgezogene Kurve als Resonanzkurve. Denken wir uns nun ω allmählich zunehmend, so muß die Stromstärke durch Resonanz ansteigen bis zum Höchstwerte b. Bei weiter steigender Frequenz muß sie indessen unvermittelt auf den kleinen Betrag d abstürzen und dann wieder stetig fallen, gemäß der Kurve $d-e$. Dagegen bei fallender Frequenz steigt der Strom stetig

bis c an, springt dann auf den Wert a hinauf, um aber sofort wieder stetig zu fallen. Wir haben demnach auch bei zunehmender und abnehmender Periode je einen Stromsprung, das ist eine Unstetigkeitsstelle für den Strom; zwischen diesen Stellen sind zwei Stromwerte möglich, die stabile Zustände darstellen; zwischen diesen Werten gibt es noch eine Wertreihe, die labilen Zuständen entspricht, also nicht dauernd bestehen kann.

II. Experimenteller Teil.

Die aus den Gleichungen sich ergebenden Folgerungen werden durch das Experiment[1]) vollauf bestätigt.

Zu den Versuchen verwandte ich eine Drosselspule mit 497 Windungen von 1,4 Ω Widerstand und einem Eisenkern mit 14,7 qcm Querschnitt und 46,6 cm mittlerer Länge. Der Kern bestand aus unter Luftabschluß geglühten sogen. legierten Eisenblechen; die statisch aufgenommene Magnetisierungskurve ist in Fig. 9 abgebildet. Dieselbe

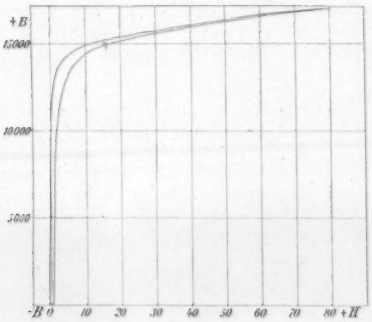


Fig. 9.

besitzt einen sehr scharfen Knick und die Hysteresis ist nur gering. Da die Hysteresisschleife sich etwas verschiebt, wenn bis zu anderen Maximalwerten von B magnetisiert wird, käme hierdurch eine geringe Unsicherheit in die Rechnung, falls dieselbe nach Teil I ausgeführt werden sollte. Die Permeabilität hat naturgemäß den Wert 0 für $B = 0$, da H für dieses B einen endlichen Wert besitzt, wird dagegen unendlich an der Stelle, an welcher der absteigende Ast der Kurve die Ordinatenachse schneidet. Die Mittelwerte für μ werden am besten der jungfräulichen Magnetisierungskurve entnommen. Das vorliegende Eisen erreicht bei einer Magnetisierung bis etwa $B = 8000$ das größte mittlere μ von etwa 4500. Bei $B = 16000$ findet man aus der Kurve $\mu = 400$. Die Wirbelstromverlustziffer des Eisens ist etwa 1,3 Watt. Diese Werte ergeben nach Gleichung (15b) als Höchstwert für L: 3,8 Henry. Es ist demnach bei 50 Perioden $L\omega$ etwa gleich 1200. Als Kondensator wählte ich einen Papierkondensator von 4,72 Mikrofarad, so daß $\frac{1}{C\omega} = 675$ ist. Es ist demnach die Bedingung erfüllt, daß $L\omega$ bei höchstmöglichem mittlerem μ wesentlich höher liegt als $\frac{1}{C\omega}$ und wir müssen die beschriebene Doppelwertigkeit und Resonanz des Stromes erhalten.

Daß der Ohmsche Widerstand nahezu verschwindet, ergibt sich, wenn wir R aus Gleichung (14b) berechnen. In dieser Gleichung müssen wir, da sie μ im Quadrat enthält, den quadratischen Mittelwert von μ einsetzen, der höher liegt und etwa 6000 beträgt. Wir erhalten dann etwa $R = w + 750$ Ohm. Da $w = 1{,}4$ Ohm ist, ist es also selbst bei sehr viel kleiner gewordenem μ noch zu vernachlässigen.

Um zunächst einen experimentellen Anhalt darüber zu bekommen, wie L_m und R_m tatsächlich von der Stromstärke bei unserer Drosselspule abhängen, legte ich Wechselstrom von 55 Perioden an die Drosselspule und maß bei zunehmender Effektivspannung den Strom J und die Leistung W. Aus diesen drei Werten bestimmt sich

$$L_m = \frac{E}{\omega \cdot J} \sin\varphi \qquad R_m = \frac{W}{J^2}, \quad \text{wo } \cos\varphi = \frac{W}{J \cdot E}.$$

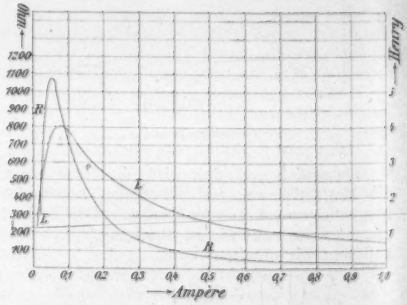


Fig. 10.

Die so gefundenen Werte habe ich in Fig. 10 eingetragen. Dieselben gelten streng genommen nur für die bei den Versuchen sich ausbildende Kurvenform, für andere Kurvenformen nur angenähert. Die Versuche wurden, ebenso wie

1) Die hier beschriebenen Versuche führte ich im Elektrotechnischen Verein Berlin im Dezember 1909 und im Elektrotechnischen Verein in Dresden im März 1910 vor.

alle weiteren, ausgeführt bei einer Spannungskurve der Maschine, die Fig. 11 zeigt, die nur

Fig. 11.

unbedeutend von der daneben gezeichneten Sinuskurve abweicht. Man erkennt, daß L_m etwas weniger, R_m etwas stärker fällt, als J zunimmt, und daß das Maximum von R_m ein wenig gegen das Maximum von L_m verschoben ist, da das erstere vom Mittelwert von μ^2, das letztere vom Mittelwert von μ abhängt.

Ich beobachtete sodann bei der Schaltung Fig. 12, wie sich die Stromstärke bei allmählich

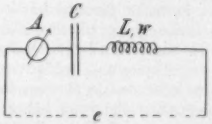


Fig. 12.

zunehmender Spannung und konstanter Frequenz = 55 änderte. Das bemerkenswerte Resultat ist in Fig. 13, Kurve 1, dargestellt; da mit

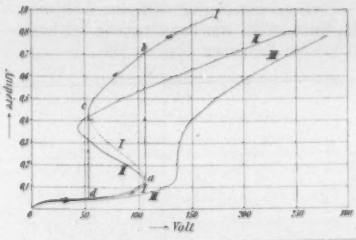


Fig. 13.

dynamometrischen Instrumenten gearbeitet wurde, sind die dargestellten Resultate reine Effektivwerte: der Strom nimmt erst schnell, dann langsamer und schließlich wieder schneller mit der Spannung zu. Bei 106 Volt springt er von 0,12 Amp. auf 0,71 Amp. über, nimmt also plötzlich etwa den sechsfachen Wert an. Bei höherer Spannung nahm der Strom erst schnell, dann langsamer noch weiter stetig zu. Ging ich jetzt mit der Spannung zurück, so fiel der Strom fortgesetzt stetig bis 0,45 Amp. bei 53 Volt, fiel dann plötzlich auf 0,04 Amp. ab, um bei weiter abnehmender Spannung auf derselben Kurve, wie beim Anstieg, bis 0 zu sinken.

Wir haben demnach die im theoretischen Teil erwarteten zwei Stromsprünge und zwischen 53 und 104 Volt die Doppelwertigkeit des Stromes. Der Strom geht nicht ohne Grund von dem einen Wert auf den anderen über und verläßt die niedrigen bezw. hohen Werte erst dann, wenn sie nicht mehr existenzfähig sind, also an der Grenze der Doppelwertigkeit. Die punktierte Linie in Fig. 13, welche die beiden Kurvenäste verbindet, entspricht den labilen Stromwerten, die sich aus dem theoretischen Teil dieser Untersuchung ergeben.

Wie sich die Stromkurvenform mit der effektiven Spannung ändert, erkennt man aus den während des Versuches aufgenommenen Oszillogrammen. Dieselben wurden dadurch gewonnen, daß die Oszillographenschleife mit induktionslosem Vorschaltwiderstande parallel zu einem im Stromkreis vorhandenen, ebenfalls induktionsfreien Widerstande von einigen Zehntel Ohm gelegt wurde.

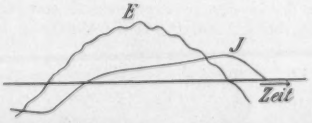


Fig. 14.

Fig. 14 stellt Maschinenspannung und Strom dar bei etwa 60 Volt, und zwar den kleinen Stromwert. Der Verlauf der Stromkurve ist im wesentlichen derselbe, als wenn kein Kondensator vorhanden wäre. Fig. 15 gibt die Stromkurve

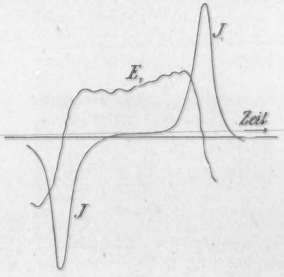


Fig. 15.

bei 130 Volt, also bei starker Resonanzwirkung. Man erkennt die charakteristische spitze Form, obgleich die Ordinaten des Stromes nur in etwa

$^1/_3$ Maßstab aufgetragen sind. Dieselbe entspricht der im ersten Teil abgeleiteten Form, nur daß die Hysteresis die Symmetrie stark gestört hat. Auf demselben Bilde ist die Spannung an der Drosselspule abgebildet, die im Gegensatz zur Spannungskurve der Maschine stark in die Breite gezogen erscheint. Daß der Strom nicht wirklich plötzlich von einer Kurvenform zur anderen übergeht, zeigt Fig. 16. Das Oszillo-

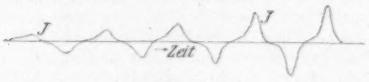


Fig. 16.

gramm ist aufgenommen im Momente des Durchganges der Spannung durch 106 Volt mittels des sogen. Durchschreibeverfahrens, und gibt eine Reihe aufeinander folgender Kurvenzüge: man sieht, daß der Strom die labilen Werte während einiger weniger Perioden durchläuft, um von der kleinen zur großen Stromstärke zu gelangen.

In Fig. 13 habe ich noch durch Kurve 2 die Stromwerte aufgetragen, die man erhält, wenn die in Fig. 10 experimentell gefundenen Werte von L_m und R_m in die Gleichung

$$J = \frac{E}{\sqrt{R_m^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L_m\omega\right)^2}}$$

eingesetzt werden. Man erkennt denselben charakteristischen Verlauf, wenn auch die numerischen Werte nicht stimmen, da die Stromkurvenform eine andere ist, als der Bestimmung von L_m und R_m zugrunde lag.

Daß die Doppelwertigkeit des Stromes wirklich in der geschilderten Weise zustande kommt, beweist noch ein weiterer Versuch, bei welchem ich in den Stromkreis einen induktionsfreien Widerstand legte (Fig. 17). Es addiert sich dann

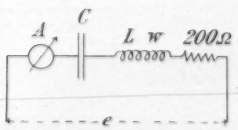


Fig. 17.

zu der Spannung, die an Drosselspule plus Kondensator herrscht, noch der Spannungsabfall in diesem Widerstande nach Größe und Phase hinzu. Dies bedingt eine Verschiebung aller Punkte der Kurve 1 in Richtung der Abszisse nach rechts, und zwar eine um so stärkere, je größer der Strom ist. Bei einem bestimmten Widerstande muß hierdurch die Doppelwertigkeit aufhören: dies war tatsächlich bei 200 Ohm der Fall, indem ich einen Verlauf des Stromes nach Kurve 3 der Fig. 13 erhielt. Die oszillographische Aufnahme gibt Fig. 18. Die Klemmen-

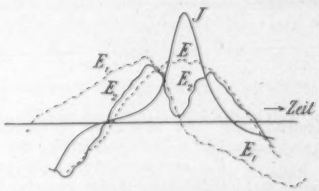


Fig. 18.

spannung E und der Strom J sind im wesentlichen unverändert; die Drosselspulenspannung E_1 steigt weniger steil an wie vordem. Die Kurve E_2 gibt die Spannung, die an Drosselspule plus Kondensator herrscht; dieselbe hat in der Mitte eine große Einbuchtung; diese erklärt sich dadurch, daß sie entstanden ist durch die Differenz der Klemmenspannung und der Spannung am induktionsfreien Widerstande, die denselben Verlauf hat wie der Strom. Bei noch höher liegendem Strommaximum würde die Kurve E_2 die Abszissenachse zweimal schneiden, und wir hätten eine Spannung E_2, die die dreifache Periode zu haben scheint als die Spannung E. Unsere Schaltung dient also sozusagen dazu, die Frequenz der Spannung zu verdreifachen.

Sodann untersuchte ich die Abhängigkeit der Stromstärke von der Frequenz bei konstant gehaltener Spannung $E = 60$ Volt.

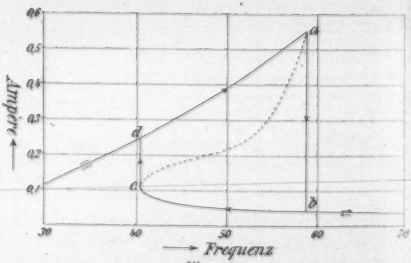


Fig. 19.

In Fig. 19 ist das Resultat eingetragen: Mit zunehmender Periodenzahl steigt die Stromstärke nahezu proportional an und erreicht ein Maximum bei 58,8 Perioden von 0,55 Amp. Bei dieser Periodenzahl indessen fällt der Strom auf 0,045 Amp. ab, also auf weniger als 10 Proz.

des früheren Betrages; bemerkenswert ist, daß die Proportionalität zwischen Strom und Frequenz bis zum steilen Abfall des Stromes gewahrt bleibt. Bei weiterer Steigerung der Frequenz sinkt der Strom stetig weiter. Ging ich jetzt mit der Periodenzahl zurück, so folgte der Strom zunächst derselben Kurve wie beim Anstieg, sprang aber nicht auf den hohen Betrag über, sondern stieg bis 40,5 Perioden pro Sekunde stetig weiter an. Bei dieser Periodenzahl ging die Stromstärke sprunghaft von 0,12 auf 0,25 Amp. über, um nun bei weiter fallender Frequenz auf derselben Kurve wie beim Anstieg zu fallen.

Wir haben demnach das im ersten Teil theoretisch vermutete Resultat. Die Werte der labilen, nicht ständig auftretenden Stromstärken habe ich durch die punktierte Linie eingezeichnet.

Ein Vergleich der Fig. 19 mit Fig. 13 zeigt, daß die beiden bei 60 Volt und 55 Perioden erhaltenen Werte in beiden Kurven gleich sind. Daraus schließen wir, daß es im ganzen nur zwei stabile Stromwerte gibt und nicht vier, wie man nach vorstehendem vermuten könnte, und daß demnach für das Auftreten derselben zwei Bedingungen zu erfüllen sind: nämlich daß sowohl die Spannung als auch die Frequenz innerhalb eines bestimmten Gebietes liegen.

Welcher von beiden Stromwerten eintritt bei konstant gehaltener Spannung und Frequenz, ist unbestimmt. Ich erhielt beim Einschalten bald den einen, bald den andern Wert, öfters jedoch den niedrigeren Wert. Vorübergehende Spannungserhöhungen oder Frequenzerniedrigungen führen indessen stets zu dem hohen Wert; demnach wird sich auch beim Anlassen des Wechselstromgenerators stets der hohe Wert einstellen.

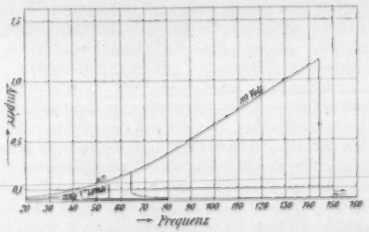


Fig. 20.

In Fig. 20 habe ich in ähnlicher Weise die Resonanzkurven in einem Stromkreise mit $C = 2$ Mikrofarad und einer Drosselspule von 1600 Windungen, aber nur 4 qcm Eisenquerschnitt aufgenommen, und zwar bei 25, 40 und 80 Volt. Bei 25 Volt tritt nur minimale Resonanz auf bei 33 Perioden und einer Stromstärke von 0,03 Amp., die Stromstärke bleibt eindeutig. Bei 40 Volt steigt der Strom bei 55 Perioden bis 0,13 Amp., und bei 80 Volt bis 1,16 Amp. bei 144 Perioden; bei dieser Periodenzahl fällt der Strom unvermittelt von 1,16 Amp. auf 0,005 Amp., das sind auf etwa 0,4 Proz. des früheren Wertes. Wir haben bei 40 und 80 Volt ferner Doppelwertigkeit des Stromes, und zwar bei 40 Volt zwischen 43 und 55 Perioden, bei 80 Volt zwischen 64 und 144 Perioden.

Man sieht aus dem Bilde, wie die Resonanz bei zunehmender Spannung stärker hervortritt: bei nur etwa der dreifachen Spannung (80 gegen 25 Volt) geht das Strommaximum auf den etwa 40fachen Wert hinauf (von 0,03 auf 1,16 Amp.).

Die Stromkurvenform in der erst behandelten Drosselspule bei 58,4 Perioden vor und nach dem Sprunge gibt Fig. 21 wieder: Die spitze

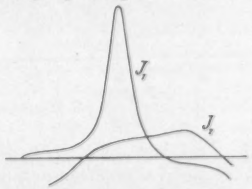


Fig. 21.

Kurve entspricht der hohen Stromstärke, bei welcher Resonanz wirkt, die breite Kurve, deren Ordinaten in etwa dem dreifachen Maßstabe gezeichnet sind, der niedrigen Stromstärke. Man erkennt, daß beide Kurven große Phasenverschiebung gegeneinander besitzen. Die analytische Zerlegung der spitzen Resonanzkurve in Partialschwingungen gibt Fig. 22. Die Par-

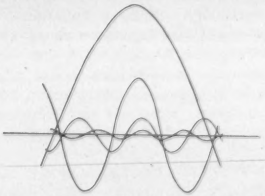


Fig. 22.

tialschwingungen wurden in bekannter Weise mittels Oszillographen aufgenommen, indem für die einzelnen Frequenzen aus Glimmerkondensatoren und Normalspulen der Selbstinduktion Resonanzkreise gebildet wurden. Man erkennt die 3. Harmonische in etwa der halben Stärke der Grundschwingung, ohne daß sie in der Spannungskurve der Maschine nur andeutungsweise vorhanden gewesen wäre. Außerdem sind

noch die 5. und 7. Oberschwingung merklich vorhanden, während die höheren Glieder ganz gering waren und nicht mit in dem Bilde eingetragen wurden. Alle Harmonischen gehen zu verschiedenen Zeiten durch 0, wie es die Wirkung der Hysteresis verlangt.

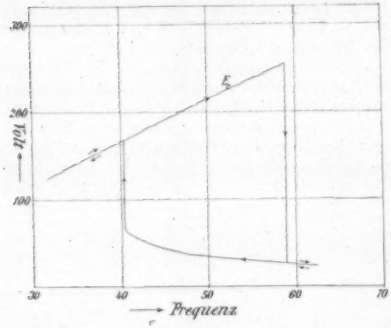


Fig. 23.

In Fig. 23 habe ich endlich die Kondensatorspannung abhängig von der Frequenz aufgetragen bei einer Netzspannung von 60 Volt. Schon bei 30 Perioden haben wir durch Resonanz Spannungsverdoppelung am Kondensator und bei 58 Perioden die vierfache Netzspannung. Der Verlauf der Kondensatorspannung ist dem des Stromes ähnlich, nur sind die Maxima weniger stark ausgeprägt.

III. Zusammenfassung der Resultate.

1. In Wechselstromkreisen, die Kapazitäten und Drosselspulen mit Eisen enthalten, ist das Auftreten merklicher Resonanzwirkung nicht nur von der Frequenz, sondern auch von der Spannung abhängig; bei genügend hoher Spannung kann starke Resonanz in einem weiten Periodenbereich auftreten, wenn nur die Selbstinduktion so hoch liegt, daß der höchstmögliche Wert von $L\omega$ größer ist als $\frac{1}{C\omega}$.

2. Unter derselben Bedingung ist die Stromstärke keine eindeutige Funktion der Spannung und Frequenz. Es gibt vielmehr ein bestimmtes Spannungs- und Frequenzgebiet, in welchem zwei stabile Stromstärken möglich sind, von denen die eine wesentlich höher liegt als die andere; zwischen den zwei Werten liegt ein dritter labiler Wert. An den Grenzen dieser Gebiete treten sprunghafte Änderungen der Stromstärke ein und zwar geht die hohe Stromstärke auf die niedrige über beim Unterschreiten des Spannungsgebietes oder Überschreiten des Frequenzgebietes, dagegen die niedrige Stromstärke auf die hohe beim Überschreiten des Spannungsgebietes und Unterschreiten des Frequenzgebietes.

3. Bei Resonanz ist die Stromkurvenform nicht der Sinuskurve ähnlich, sondern sehr stark zugespitzt, indem sich starke höhere harmonische Schwingungen, speziell die 3. Harmonische, ausbilden, auch wenn diese in der Netzspannung nicht vorhanden sind.

Berlin, den 20. April 1910.

(Eingegangen 29. April 1910.)

Ein einfaches elektrodynamisches Telephon.

Von Max Reinganum.

Vor kurzem hat Herr Simon[1]) gut wirkende Formen von elektrodynamischen Telephons beschrieben und auch auf verwandte Konstruktionen (zwei amerikanische Patentschriften) aufmerksam gemacht. Ferner teilt im gleichen Jahrgang dieser Zeitschrift Herr E. Ruhmer[2]) Literatur über eigene frühere Ausführungen in derselben Richtung mit.

Eine einfachste Art elektrodynamischen Telephons, das in einer von Mikrophonströmen durchflossenen dünnen Metallfolie im kräftigen magnetischen Felde besteht, ist meines Wissens bisher noch nicht beschrieben worden. Eine Untersuchung mit sehr dünnen (für α-Strahlen durchlässigen) Aluminiumfolien brachten mich zufällig auf den Gedanken, diese Art von Telephon zu versuchen, und es zeigte sich, daß ein deutlich sprechendes Telephon auf diese Weise leicht zu erzielen war.

Die Anordnung kann man in folgender Weise treffen, wobei ich die von mir benutzten Maße angebe. In eine Siegellackstange wurden zwei rechteckige Zinkstreifen von ca. 4 cm Länge und 1,5 cm Breite parallel zueinander so eingekittet, daß ein freier Raum von etwa $2 \times 2{,}6$ cm zwischen ihnen blieb, über den die Folie gespannt wurde, die auf den Zinkstreifen mit Zaponlack leicht angeklebt wurde. Von den Zinkstreifen wurde der Strom mit Hilfe von Metallklammern, die in metallischem Kontakt mit der Folie standen weiter geleitet. Die Siegellackstange war an einem Holzstativ befestigt, und die Vorrichtung wurde so in das Feld eines stärkeren Elektromagneten gebracht, daß die Folie parallel zu den Kraftlinien lag und die Stromlinien die Kraftlinien senkrecht schnitten. Je nach der Größe des zur Verfügung stehenden Magnet-

1) H. Th. Simon, Über ein neues elektrodynamisches Telephon. Diese Zeitschr. 10, 310, 1909.
2) E. Ruhmer, diese Zeitschr. 10, 456, 1909.

felds kann man auch andere Dimensionen für die Folie wählen.

Der Sekundärstrom von kleinen Induktorien, z. B. der eines kleinen mit Saitenunterbrecher betriebenen Induktoriums, das bei dem Nernstschen Apparat zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstante benutzt wird, bringt, durch die Folie geschickt, dieselbe zum deutlichen Tönen, wenn das Magnetfeld angeregt wird. Bedeutend verstärkt und im ganzen Zimmer gut hörbar wurde der Ton, wenn statt des Sekundärstroms der stärkere unterbrochene Primärstrom des Induktoriums verwandt wurde. Drehen der Folie, bis dieselbe senkrecht zu den Magnetkraftlinien steht, oder die Stromlinien in die Richtung der Magnetkraftlinien fallen, bringt den Ton zum Verschwinden, so daß man namentlich in der ersten Art der (in einem homogenen Magnetfeld vorgenommenen) Drehung für akustische Experimente ein Mittel hat, einen Ton in berechenbarer Weise auf einen bestimmten Bruchteil seiner Stärke zu bringen. Es zeigte sich weiter, daß auch mit gewöhnlichem Stanniol statt der Aluminiumfolie ein wenn auch schwächerer Ton zu erreichen war. Auch Goldfolie tönte, wenn auch nur, wohl infolge ihres großen Widerstandes, sehr schwach. (Da sie bei Verwendung des unterbrochenen Gleichstroms im Magnetfeld riß, konnte sie nur mit dem schwächeren Sekundärstrom untersucht werden.) Optisch waren ihre Schwingungen bei tieferen Tönen gut sichtbar. Aluminiumfolie gab auch noch in dem Feld eines 25 cm großen mittelkräftigen permanenten Hufeisenmagnets einen deutlichen Ton.

Daß nun auch eine deutliche, klangfarbenreine und kräftige Übertragung der Sprache durch die Aluminiumfolie möglich ist, zeigten weitere Versuche mit dem Mikrophon.

Benutzt wurde ein mit zwei und vier Volt betriebenes Mikrophon von Mix & Genest, das in einem entfernten Raume aufgestellt war. Bei Verwendung der Sekundärspule desselben zählte der Strom, mit einem Hitzdrahtampermeter gemessen, nur wenige Millivolt, trotzdem gelang eine sehr deutliche Übertragung der Sprache. Sehr laut und im ganzen Zimmer verständlich war die Übertragung, wenn der Primärstrom des Mikrophons durch die Aluminiumfolie geleitet wurde. Die Klangfarbe war sehr rein unter der Voraussetzung, daß das Magnetfeld nicht allzu stark war. Die Stromstärke, die zum Teil jedoch aus Gleichstrom bestand, war dann etwa 0,2 Amp. Um zu sehen, wie groß der wahre wirksame Strom bei sehr lautem Sprechen war, wurde eine sehr große bifilar gewickelte Induktionsspule mit Eisenkern zwischengeschaltet, die im hiesigen Institut zur Demonstration der singenden Bogenlampe verwendet wird. Die Tonstärke wurde nur wenig durch die Induktionsspule herabgesetzt, dagegen die Klangfarbe etwas verändert. Die Stromstärke betrug jetzt im Folienkreis beim sehr lauten Sprechen der Folie nur ca. 0,06 Amp. Einbauen der Folie in einen Kasten mit Hörtrichter würde die Empfindlichkeit der Anordnung natürlich noch viel mehr steigern und erlauben bei deutlicher Sprachübertragung auf einige Millivolts herunterzugehen.

Die Aluminiumfolie läßt sich auch, bei Zwischenschaltung einer Transformatorspule, als Geber in einem Telephonkreis verwenden, doch gelang mir damit nur schwache Übertragung der Sprache. Als Hörer diente hierbei ein gewöhnliches Telephon.

Das elektrodynamische Folientelephon hat den Vorzug einer äußerst kleinen Kapazität und Selbstinduktion sowie des Wegfallens schädlicher Dämpfung und Unabhängigkeit von Eigenschwingungen. Es dürfte daher als Nullinstrument für physikalische Messungen in vielen Fällen gut zu verwenden sein.

Ob es auch für die Praxis der Sprachübertragung verwendbar ist, hängt davon ab, ob ein genügend starkes Magnetfeld leicht hergestellt werden kann. Da wo elektrische Lichtleitung vorhanden ist, ist dies sicher der Fall (man würde z. B. die Folie fest einbauen und mit einem Hörschlauch mit dem Ohr verbinden können). Daß es aber mit dem bisherigen Telephon konkurrieren könne, soll natürlich nicht behauptet werden.

Ostern 1910, Physikalisches Institut der Universität Freiburg i. Br.

(Eingegangen 2. April 1910.)

Brownsche Bewegung und Molekulargrößen. (Mouvement brownien et grandeurs moléculaires).

Von Jean Perrin[1]).

1. — Man braucht nur im Mikroskop kleine in eine Flüssigkeit eingebettete Teilchen zu betrachten, um zu bemerken, daß ein jedes von ihnen von einer vollkommen unregelmäßigen Bewegung belebt ist. Es geht hin und her, bleibt stehen, bewegt sich von neuem, steigt, sinkt, steigt wieder, ohne irgendwie der Ruhe zuzustreben. Das ist die Brownsche Bewegung; sie trägt ihren Namen nach dem Naturforscher Brown, der sie im Jahre 1827 erwähnte und erkannte, daß sich die suspen-

1) Wegen der Einzelheiten siehe die Arbeit des Verfassers: „Mouvement brownien et Réalité moléculaire". Ann. de Chim. et de Phys. (8) **18**, 1—114, 1909.

dierten Teilchen um so lebhafter bewegen, je kleiner sie sind.

Die Ursache dieser Bewegung hat Wiener erforscht. Bereits in der Kinderzeit der kinetischen Wärmetheorie vermutete Wiener (1863), daß die Molekülbewegungen die Erklärung für dieses Phänomen liefern könnten. Aber diese Hypothese, die durch unzureichende Gründe gestützt wurde, fand bei den Physikern, die von ihr Kenntnis erlangen konnten, keinen Anklang.

Dagegen stellte Gouy (1888) durch seine Überlegungen und durch seine Versuche nicht nur fest, daß die Molekularbewegung eine annehmbare Erklärung für die Brownsche Bewegung abgebe, sondern auch, daß man sich keine andere Ursache für diese Bewegung denken könne. Gouy bewies tatsächlich, daß diese Bewegung weder von Erschütterungen herrührt, noch von Konvektionsströmen, noch von einer Wirkung des Lichtes oder von irgendeiner anderen äußeren Ursache, die dafür in Betracht kommen könnte, noch schließlich von der Natur der Teilchen selbst, die keinerlei Einfluß darauf zu haben scheint.

Man sieht sich demnach zu der Auffassung gezwungen, daß diese Teilchen einfach dazu dienen, eine innere Bewegung der Flüssigkeit erkennen zu lassen, und zwar um so besser, je kleiner sie sind, ebenso wie ein Korkstopfen den Meereswellen besser folgt als ein Boot. Diese Bewegung wird verständlich, wenn die Flüssigkeit von elastischen Molekülen gebildet wird, die sich in unaufhörlicher Bewegung befinden, wie dies die Molekulartheorien annehmen. Diese Moleküle stoßen dann ohne Unterlaß gegen die einzelnen betrachteten Teilchen, und diese Stöße werden sich mit um so geringerer Wahrscheinlichkeit gegenseitig ausgleichen, je kleiner ein solches Teilchen ist.

Die Brownsche Bewegung erscheint danach als eine bemerkenswerte qualitative Bestätigung der Molekulartheorien. Indessen wird der Beweis erst dann vollständig und die Ursache des Phänomens erst dann sicher festgestellt sein, wenn die Theorie uns mindestens die Größenordnung und nicht nur den Sinn dieses Phänomens vorauszusagen gestattet. Das ist nun eben der Fall, wie ich hier dartun will.

2. — Wenn man durch rein chemische Betrachtungen das Verhältnis der Molekülmassen zweier Körper erhalten kann, so findet man dieses bekanntlich gleich dem Verhältnis der Massen dieser Körper, die im gasförmigen Zustand unter denselben Temperatur- und Druckverhältnissen dasselbe Volumen einnehmen. Mit anderen Worten: Wenn wir die Existenz der Moleküle annehmen, so müssen wir notgedrungen mit Avogadro annehmen,

„daß zwei Gase unter denselben Temperatur- und Druckverhältnissen in demselben Volumen dieselbe Anzahl von Molekülen enthalten."

Es sei N die Anzahl der Moleküle, die ein Grammolekül irgendeiner Substanz bilden, und die demnach im Gaszustande unter denselben Temperatur- und Druckverhältnissen ein und dasselbe Volumen einnehmen. Diese Zahl N kann man die Avogadrosche Konstante nennen. Würde man diese Konstante kennen, so würde man die Massen jedes beliebigen Moleküls und jedes beliebigen Atomes kennen. Beispielsweise ist das Gewicht des Wassermoleküles $\frac{18}{N}$, das des Sauerstoffatomes $\frac{16}{N}$, usw.

Man würde somit zugleich mit N die mittlere translatorische Energie der verschiedenen Moleküle kennen. Bekanntlich muß nämlich in einem Gase der Druck p, den n Moleküle von der mittleren Energie w in einem Volumen v ausüben, die Gleichung

$$pv = \frac{2}{3} nw$$

erfüllen.

Für ein Grammolekül ist $n = N$ und $pv = RT$, wenn T die absolute Temperatur und R die Gaskonstante für ideale Gase ($83{,}2 \times 10^6$) ist. Die vorstehende Gleichung läßt sich dann in der Form

$$w = \frac{3}{2} \frac{R}{N} T$$

schreiben.

N hat nun für alle Körper denselben Wert. Die molekulare Translationsenergie hat also für alle Gase denselben mittleren Wert αT, welcher der absoluten Temperatur proportional ist. Diese universelle Konstante $\alpha = \frac{3}{2} \frac{R}{N}$ können wir die Konstante der Molekularenergie nennen.

Schließlich tritt in der Elektrochemie eine dritte Universalkonstante auf, die man mit N zugleich erhält.

Nennen wir die Elektrizitätsmenge F, die ein Grammolekül Salzsäure bei seiner Zersetzung hindurchläßt, ein Faraday, so vollzieht sich bekanntlich die Zersetzung irgendeines anderen Grammoleküls unter dem Durchgange einer ganzen Anzahl Faraday, und das wird erklärlich, wenn jedes beliebige „Ion" ein ganzzahliges Vielfaches der Ladung eines Wasserstoffions trägt. Diese Ladung erscheint somit als unteilbar und bildet das Atom der Elektrizität oder das Elektron.

Diese Universalkonstante werden wir kennen,

wenn wir N oder a bestimmen. Da nämlich N Wasserstoffatome als Ionen ein Faraday tragen, so erhalten wir (in elektrostatischen C.G.S-Einheiten):

$$Ne = F = 96550 \cdot 3 \cdot 10^9 = 29 \cdot 10^{13}.$$

Wir würden also mit den absoluten Massen der Moleküle und der Atome sofort die drei universellen Konstanten N, a und e erhalten.

3. — Das ist nun bereits mit großer Annäherung durch die schönen Überlegungen von Maxwell, Clausius und van der Waals gelungen.

Maxwell ist zuerst dahin gelangt, die mittlere freie Weglänge L der Moleküle eines Gases zu berechnen, wenn die Dichte, die Temperatur und die innere Reibung bekannt sind. Darauf bemerkte Clausius, daß man diese mittlere freie Weglänge auch als Funktion der im Kubikzentimeter enthaltenen Anzahl n der Moleküle und ihres Durchmessers D berechnen kann. Seine Rechnung, die von Maxwell verbessert wurde, zeigt, daß (innerhalb der Grenzen, in denen man die Moleküle als sphärisch ansehen kann) angenähert die Gleichung

$$nD^2 = \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{L}$$

gelten muß, das heißt, da n der Quotient aus N und dem Volumen ist, welches ein Grammmolekül unter den angenommenen Temperatur- und Druckverhältnissen einnimmt, die Gleichung

$$ND^2 = \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \cdot \frac{v}{L}.$$

Da uns die innere Reibung den Wert von L liefert, so genügt eine zweite Beziehung zwischen N und D, um diese beiden Größen zu bestimmen und auf diese Weise zugleich mit der Avogadroschen Konstanten die Dimensionen der Moleküle zu erhalten.

Diese zweite Beziehung hat van der Waals im Verfolge seiner Überlegungen erhalten, die ihn zu der Gleichung für den flüssigen Zustand,

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT,$$

geführt haben, in welche die besondere Natur der Substanz durch die beiden, experimentell zu erhaltenden Parameter a und b eingeht. In der Theorie von van der Waals stellt nun b das vierfache wahre Volumen der Moleküle dar, nach der Gleichung

$$\frac{1}{6}\pi N D^3 = \frac{b}{4},$$

die im Verein mit der Clausius-Maxwellschen Gleichung N und D, also die Massen und die Dimensionen der Moleküle liefert.

Diese Rechnung ist für Sauerstoff und für Stickstoff ausgeführt worden und hat für N einen Wert von ungefähr $45 \cdot 10^{22}$ ergeben. Unter Annahme dieses Wertes für den Stickstoff finde ich

$$N = 62 \cdot 10^{22},$$

ohne daß sich der Fehler leicht schätzen ließe, mit dem diese Zahl infolge nicht strenger Gültigkeit der Clausius-Maxwellschen und der van der Waalsschen Gleichung behaftet sein kann. Eine Abweichung um 30 v. H. wäre sicherlich nicht wunderbar, und dieselbe Unsicherheit ergibt sich für die Werte, die man daraus für die Konstanten e und a ableitet, sowie für die Massen der Moleküle und der Atome. Was den Moleküldurchmesser anlangt, so würde er für Stickstoff $2{,}8 \cdot 10^{-8}$ betragen, und für die verschiedenen untersuchten Gase liegt er zwischen

$$\frac{1}{1000000} \text{ und } \frac{1}{10000000} \text{ mm}.$$

Unter Benutzung dieser Ergebnisse wird die Molekulartheorie der Brownschen Bewegung sich quantitativ bestätigen lassen, wie ich sogleich dartun will.

4. — Wie wir gesehen haben, hat die Molekularenergie bei einer und derselben Temperatur für alle Gase denselben Mittelwert. Dieses Ergebnis ist ein Spezialfall eines allgemeineren Satzes der kinetischen Theorie, nach welchem bei einer gegebenen Temperatur sowohl die Translationsenergie, als auch die Rotationsenergie, die irgendeine Gesamtheit von Molekülen, die in eine Flüssigkeit eingebettet sind, im Mittel besitzt, durch denselben Wert gegeben sind. Das ist der Satz von der gleichen Energieverteilung.

Diese Gesamtheit kann auf ein einziges Molekül reduziert sein; sie kann aber auch einen bereits im Mikroskop sichtbaren „Kern" bilden, und dies führt uns wieder auf das Studium der Brownschen Bewegung. Wir wollen uns aber nicht mehr darauf beschränken, zu sagen, das beobachtete Körnchen verdanke seine Bewegung den Molekülstößen, und wir fügen hinzu, daß seine kinetische Energie im Mittel gleich der Energie eines isolierten Moleküls ist.

Wenn es uns also gelingen wird, diese Energie der Kerne von meßbaren Größen an zu berechnen, so werden wir über unsere Theorie aburteilen können. Es werden nämlich zwei Fälle auftreten können: Entweder wird die Zahl, die man für N erhält, stark von der Zahl abweichen, die man aus der Gleichung von van der Waals erhält, und dann werden die kinetischen Theorien an Ansehen verlieren, zumal wenn sich der Wert von N je nach den betrachteten Kernen ändert, und wir werden die Ursache der Brownschen Bewegung noch

zu suchen haben; oder aber diese Zahl wird für Kerne jeder Gestalt und jeder Art von der erwarteten Größenordnung sein, und dann werden wir berechtigt sein, die Molekulartheorie dieser Bewegung als feststehend zu betrachten.

Folgende Methode kann direkt erscheinen: Angenommen, wir hätten die Masse eines Kernes gemessen; können wir nicht wenigstens eine Vorstellung von seiner mittleren Geschwindigkeit und somit von seiner Energie durch direkte Ablesungen erhalten, wenn wir die Entfernung der beiden Lagen des Kernes zu Beginn und zu Ende einer Beobachtung durch die Dauer dieser Beobachtung dividieren?

Tatsächlich sind derartige Schätzungen sehr fehlerhaft. Die Verwickelungen der Bahn sind so zahlreich und erfolgen so rasch, daß es unmöglich ist, ihnen zu folgen, und daß die beobachtete Bahn unendlich viel einfacher und kürzer ist als die wahre. Eine direkte Messung ist also unmöglich. Ich habe nun folgenden Weg verfolgt:

5. — Wir wollen eine Emulsion von identischen Teilchen betrachten, die ich zur Abkürzung als gleichförmig bezeichnen will. Ich meinte, daß die Körnchen dieser Emulsion sich nach der Höhe verteilen müßten wie ein Gas unter der Wirkung der Schwere. Eine aufmerksamere Prüfung hat diese Auffassung bestätigt, und mir das Verdünnungsgesetz durch eine Überlegung geliefert, die an den Zusammenhang zwischen Höhe und Barometerdruck erinnert.

Denken wir uns eine gleichförmige Emulsion im Gleichgewicht in einem senkrechten Zylinder mit dem Querschnitt s. Der Zustand eines Horizontalschnittes, der von den beiden Niveaus h und $h + dh$ begrenzt wird, würde sich nicht ändern, wenn der Schnitt zwischen zwei Kolben eingeschlossen wäre, die für die Wassermoleküle durchlässig, für die Kerne aber undurchlässig wären. Jeder dieser Kolben würde, infolge der Stöße seitens der zurückgehaltenen Kerne, einem osmotischen Drucke ausgesetzt sein. Wenn die Emulsion verdünnt ist, so wird dieser Druck nach derselben Erwägung zu berechnen sein wie für eine verdünnte Lösung. Wenn also auf dem Niveau h in der Volumeneinheit n Körnchen vorhanden sind, so wird der osmotische Druck $P = \frac{2}{3} nW$ sein, wenn W die mittlere Energie des Kernes bezeichnet; auf dem Niveau $h + dh$ wird der osmotische Druck $\frac{2}{3}(n + dn) W$ sein. Der Schnitt mit den Kernen, den wir betrachten, sinkt nun aber nicht. Es herrscht also Gleichgewicht zwischen der Differenz der osmotischen Drucke, welche die Schicht nach oben zu treiben sucht, und dem Gesamtgewicht der Kerne, vermindert um den Druck, den sie in Richtung nach unten hin erleiden. Nennen wir das Volumen des einzelnen Kernes φ, seine Dichte Δ, die Dichte des Fluidums zwischen den Kernen δ, so sehen wir also, daß

$$-\frac{2}{3} sW\, dn = ns\, dh\, \varphi\, (\Delta - \delta)\, g$$

ist, und diese Gleichung liefert durch Integration folgende Beziehung zwischen den Konzentrationen n_0 und n an zwei Punkten mit dem Niveauunterschiede h:

$$\frac{2}{3} W \log \frac{n_0}{n} = \varphi\, (\Delta - \delta)\, gh.$$

Das heißt: für den Fall sphärischer Kerne vom Radius a gilt die Gleichung

$$\frac{2}{3} W \log \frac{n_0}{n} = \frac{4}{3} \pi a^3 (\Delta - \delta)\, gh,$$

die man die Verteilungsgleichung der Emulsion nennen kann.

Wenn man die Größen messen kann, die außer W in dieser Gleichung vorkommen, so wird man sehen: 1. ob die Gleichung für jede Emulsion gilt; 2. ob der Wert, den sie für W liefert, konstant bleibt, wenn sich die Emulsion ändert; 3. ob dieser Wert mit dem übereinstimmt, den die kinetische Theorie bereits für die Molekularenergie ergeben hat.

6. — Nach einigen Versuchen ist es mir gelungen, Messungen an Emulsionen von Gummigutt und darauf (mit Hilfe des Herrn Dabrowski) an solchen von Mastix auszuführen. Diese beiden Materialien ergeben, mit Wasser aus alkoholischer Lösung ausgefällt, vollkommen sphärische Kerne.

Die scheinbare Dichtigkeit dieser Kerne $(\Delta - \delta)$ ist unschwer nach der Pyknometermethode zu messen, wie man sie für unlösliche Pulver anwendet. (Harz in Suspension bestimmt man einfach durch Eindampfen zur Trockene.)

Es kommt nun darauf an, eine Emulsion herzustellen, in der die Kerne nahezu denselben Radius haben. Das Verfahren, das ich angewandt habe, kann man der Fraktionierung eines Flüssigkeitsgemisches durch Destillieren vergleichen. Ebenso wie bei der Destillation die zuerst verdampften Teile verhältnismäßig reicher an flüchtigen Bestandteilen sind, so sind beim Zentrifugieren einer reinen Emulsion die zuerst abgesetzten Teile verhältnismäßig reicher an großen Kernen, und man begreift, daß ein fraktioniertes Zentrifugieren die Kerne nach ihrer Größe zu trennen gestattet.

Hat man nun eine gleichförmige Emulsion erhalten, so muß man sie für die Beobachtung herrichten. Diese Beobachtung erfolgt nicht

wie man denken könnte, an einer Schichtdicke von einigen Zentimetern oder auch einigen Millimetern, sondern an der geringen Schichtdicke eines mikroskopischen Präparates. In einen flachen Trog von $^1/_{10}$ mm Höhe (Zeißsche Tröge zur Zählung der Blutkörperchen) bringt man einen Tropfen Emulsion und drückt ihn sogleich mittels eines Deckgläschens platt, mit dem man den Trog verschließt; dann paraffiniert man die Ränder, um Verdampfung zu vermeiden.

Hierauf bringt man das Präparat auf das genau horizontal eingestellte Tischchen eines guten Mikroskops. Das sehr stark vergrößernde Objektiv hat eine geringe Gesichtsfeldtiefe, und man sieht zur gleichen Zeit nur solche Kerne, die in einer sehr dünnen Horizontalschicht von der Größenordnung eines Mikrons liegen. Wenn man das Mikroskop hebt oder senkt, so sieht man die Körner einer anderen Schicht.

Den gegenseitigen Abstand dieser beiden Schichten, also die Höhe h in der Verteilungsgleichung, erhält man, wenn man die an der Mikroskopschraube abgelesene Verschiebung h' mit dem Brechungsindex für die Medien multipliziert, die durch das Deckglas voneinander getrennt werden.

Es gilt nunmehr, das Verhältnis n_0/n der Konzentrationen der Kerne auf zwei Niveaus zu bestimmen. Wenn man nun im Gesichtsfeld ein paar hundert Körnchen sieht, die sich nach allen Richtungen bewegen oder verschwinden, während gleichzeitig neue erscheinen, so wird man sich bald darüber klar, daß man die Anzahl der Kerne, die man so in jedem Augenblicke bemerkt, auch nicht einmal roh schätzen kann.

Das einfachste scheint dann, photographische Momentaufnahmen der einzelnen Schnitte zu machen. Ich habe in der Tat dieses Verfahren angewandt, habe aber für die Durchmesser unter 0,5 μ keine guten Bilder mehr erhalten können und dann zu folgendem Kunstgriff meine Zuflucht genommen:

Ich brachte in die Brennebene des Okulars eine undurchsichtige runde Scheibe, in die mit einer Nadel ein ganz kleines Loch gestochen war. Das Gesichtsfeld war dadurch außerordentlich verringert, und das Auge konnte mit einem Blick die genaue Zahl der in einem gegebenen Augenblicke wahrgenommenen Kerne erfassen. Dazu braucht diese Zahl nur immer kleiner zu sein als 5 oder 6.

Wenn man so in regelmäßigen Zwischenräumen, beispielsweise alle 15 Sekunden, verfährt, so beobachtet man eine Zahlenreihe, deren Mittelwert sich mehr und mehr einem Grenzwerte nähert, welcher die mittlere Häufigkeit der Kerne in dem untersuchten Schnitt bestimmt.

Zur Prüfung der Verteilungsgleichung braucht man schließlich nur noch den Radius der Kerne messen zu können. Das kann man auf mehrere Weisen machen (und die Übereinstimmung der dabei erhaltenen Ergebnisse hat mir nebenher gestattet, das Stokessche Gesetz bis an die Schwelle der ultramikroskopischen Größen zu erweitern). Das direkteste Verfahren besteht darin, die Kerne zu zählen, die in einem bekannten Volumen einer titrierten Emulsion enthalten sind; das ergibt die Masse eines Kernes und folglich seinen Radius, da man seine Dichte kennt. Zu diesem Zwecke habe ich mir die gelegentlich beobachtete Tatsache nutzbar gemacht, daß in einem schwach sauren Medium die Gummiguttkörnchen am Glase kleben. In merklicher Entfernung von den Wänden wird die Brownsche Bewegung nicht beeinflußt; sobald aber durch diese Bewegung ein Körnchen zufällig mit der Wand in Berührung kommt, wird dieses Körnchen unbeweglich. Die Emulsion wird also allmählich ärmer, und nach einigen Stunden sind sämtliche Kerne, die sie enthielt, festgelegt. Dann kann man in aller Muße sämtliche Kerne zählen, die aus einem Zylinder von beliebiger Grundfläche stammen (die man im hellen Zimmer mißt).

Kurzum, wir haben die Mittel, sämtliche Messungen auszuführen, die für die Prüfung der Verteilungsgleichung erforderlich sind.

7. — Zunächst wollen wir von der Art der Verteilung der Kerne einer gleichförmigen Emulsion reden.

Zu Beginn, nach der Erschütterung, welche die Einstellung für die Beobachtung begleitet, sieht man auf den verschiedenen Niveaus merklich gleich viel Kerne. Aber in einigen Minuten reichern sich die unteren Schichten an, und diese Anreicherung strebt einem Grenzwert zu, der bei meinen Emulsionen in einigen Stunden erreicht wird; die Verteilung war dann nach drei Stunden und nach vierzehn Tagen merklich dieselbe. Man kann dann leicht sehen, ob diese Verteilung einem Exponentialgesetze folgt.

Beispielsweise habe ich für Gummiguttkerne mit einem Radius von 0,212 μ und einer scheinbaren Dichte von 0,2067 in vier Horizontalschichten, die sich vom Boden des Troges aus gerechnet auf den Niveaus

5 μ 35 μ 65 μ 95 μ

befanden, Konzentrationen gefunden, die durch die Zahlen

100 47 22,6 12

dargestellt werden; diese Zahlen sind praktisch den Zahlen

100 46 23 11,1

gleich, die exponentiell abnehmen. Die Zählung erstreckte sich auf 13000 Kerne.

Die Verteilung der Kerne hat somit ganz dieselbe Form wie die eines schweren Gases im Gleichgewichtszustande.

Dasselbe Gesetz habe ich mit mehr oder minder raschem Konzentrationsabfall bei Gummiguttkernen verschiedener Größe wieder gefunden; ich habe dann auf das freundschaftliche Drängen des Herrn Dabrowski und mit seiner Hilfe die Messungen an Mastixkernen wiederholt, deren scheinbare Dichte 0,063 mehr als dreimal so klein ist, was einen beträchtlichen Unterschied in den die Verteilung beeinflussenden Ursachen ausmacht. Nichtsdestoweniger haben wir auch hier wieder das Exponentialgesetz gefunden.

Die nebenstehenden Figuren 1 und 2 geben Zeichnungen nach Photogrammen von Schnitten wieder, die in gleichen Abständen voneinander liegen; sie beziehen sich teils auf eine Gummiguttemulsion (Fig. 1), teils auf eine Mastixemulsion (Fig. 2). Die fortschreitende Verdünnung ist hier deutlich zu sehen. Diese Verdünnung tritt schlagend hervor, wenn man das Auge fest auf das Präparat gerichtet hält und das Mikroskop mit Hilfe der Mikrometerschraube schnell hebt. Dann sieht man die Kerne schnell spärlicher werden wie die Luft um einen aufsteigenden Aerostaten, mit der Maßgabe jedoch, daß einige Mikrons in der Emulsion mehreren Kilometern in der Atmosphäre entsprechen.

Ist das Exponentialgesetz einmal festgestellt, so wird uns die Gleichung für jede Emulsion einen bestimmten Wert der Kernenergie W liefern. Wenn unsere Theorie richtig ist, so wird dieser Wert unabhängig von der Emulsion und gleich der mittleren Molekülenergie w sein. Oder, was auf dasselbe hinauskommt, der Ausdruck $\frac{3}{2}\frac{RT}{W}$ wird konstant und wenig von dem Zahlenwert von N entfernt sein, den van der Waals erhält.

Das habe ich nun festgestellt. Sechs Versuchsreihen mit Gummigutt und Mastix, bei denen ich die Masse der Kerne im Verhältnis von 1 : 40 verändert habe, haben mir für N Zahlenwerte geliefert, die unregelmäßig zwischen $65 \cdot 10^{22}$ und $75 \cdot 10^{22}$ verteilt liegen. Die mittlere Abweichung von dem van der Waalsschen Werte erreicht nicht 15 v. H., und diese Zahl besitzt nicht einmal diese Genauigkeit.

Ich denke, diese Übereinstimmung kann keinen Zweifel über die Ursache der Brownschen Bewegung mehr lassen. Um zu verstehen, wie überaus schlagend sie ist, muß man bedenken, daß man vor den Versuchen sicherlich nicht zu verbürgen gewagt haben würde, daß der Konzentrationsabfall auf der geringen Höhe von einigen Mikrons nicht zu vernachlässigen sein würde, und daß man andererseits ebensowenig zu behaupten gewagt haben würde, daß sich nicht sämtliche Kerne in unmittelbarer Nähe des Gefäßbodens ansammeln würden. Die erste Eventualität führte zu einem Werte Null für N und die zweite zu einem Werte Unendlich. Daß man bei jeder Emulsion in dem ungeheuren Intervall, welches sonach a priori für N möglich schien, gerade auf einen Wert geraten ist, der so nahe bei der vorausgesagten Zahl liegt, das wird man zweifellos nicht als die Wirkung eines zufälligen Zusammentreffens ansehen.

Die größten bei diesen Messungen verwandten Körnchen sind bereits in der Sonne mit einer starken Lupe zu sehen und verhalten sich wie die Moleküle eines vollkommenen Gases, dessen Grammolekül etwa zwei Millionen Kilogramm (200000 Tons) wiegen würde.

8. — Aber noch mehr! Sobald man die Verteilungsgleichung als feststehend ansieht, findet man zum ersten Male in eben dieser Gleichung ein Mittel zur Bestimmung von N, das eine unbegrenzte Genauigkeit zuläßt. Die Herstellung einer gleichförmigen Emulsion und die Bestimmung der Größen, die außer N in der Gleichung auftreten, lassen sich nämlich bis auf jeden gewünschten Vollkommenheitsgrad bringen. Das ist einfach eine Geduld- und Zeitfrage. Ich habe also eine Reihe sorgfältiger Messungen mit den bereits erwähnten Kernen vom Halbmesser 0,212 μ gemacht und dabei für die Avogadrosche Konstante den Wert:

$$N = \underline{70{,}5} \cdot 10^{22}$$

erhalten.

Daraus ergeben sich alle übrigen Molekulargrößen. Die Konstante der Molekularenergie ist:

$$a = \frac{3}{2}\frac{R}{N} = \underline{1{,}77} \cdot 10^{-16}.$$

Die Ladung des Elektrons ist (in elektrostatischen C.G.S-Einheiten):

$$e = \frac{F}{N} = \underline{4{,}1} \cdot 10^{-10}.$$

Die Masse des Sauerstoffmoleküls ist:

$$O_2 = \frac{32}{N} = \underline{45{,}4} \cdot 10^{-24},$$

die des Wasserstoffatomes, immer mit derselben Genauigkeit:

$$h = \frac{1{,}008}{N} = \underline{1{,}43} \cdot 10^{-24},$$

und so fort. Das Kathodenkorpuskel schließlich, ist:

$$c = \frac{h}{1775} = \underline{0{,}80} \cdot 10^{-27}.$$

Fig. 1.

Gleichgewichtsverteilung von Gummiguttkernen
(0,6 μ Durchmesser).
(4 Niveaus mit je 10 μ Unterschied.)

Fig. 2.

Gleichgewichtsverteilung einer Mastixemulsion.
(1 μ Durchmesser).
(3 Niveaus mit je 12 μ Unterschied.)

Was die Moleküldurchmesser angeht, so können wir sie nun aus der Clausius-Maxwellschen Gleichung entnehmen. Dabei finde ich:

für Helium	$1{,}7 \cdot 10^{-8}$,
für Argon	$2{,}7 \cdot 10^{-8}$,
für Wasserstoff	$2{,}0 \cdot 10^{-8}$,
für Sauerstoff	$2{,}6 \cdot 10^{-8}$,
für Chlor	$4{,}0 \cdot 10^{-8}$

usw. Aber die Rechnung besitzt, wie wir gesehen haben, vielleicht mit Ausnahme der einatomigen Moleküle, nicht dieselbe Genauigkeit, wie sie bei den Massen erreichbar ist.

9. — Die vorstehend besprochenen Versuche gestatten, wie wir soeben gesehen haben, den Ursprung der Brownschen Bewegung festzustellen, die Atome zu wägen, und die verschiedenen Molekulargrößen zu bestimmen. Einstein hat aber im Verfolg seiner wunderschönen theoretischen Arbeiten einen anderen experimentellen Weg vorgeschlagen, der ebenfalls möglich, allerdings weniger anschaulich, war.

Ohne sich weiter um die unendlich verzwickte Bahn zu kümmern, welche jedes Körnchen in einer gegebenen Zeit beschreibt, betrachtet Einstein einfach seine Verschiebung in dieser Zeit, also die gerade Strecke, welche seinen Ausgangspunkt mit seinem Endpunkte verbindet.

Einstein zeigt dann, daß die Molekularhypothesen und die gleichmäßige Energieverteilung notwendig die Gleichung

$$\xi^2 = \tau \frac{RT}{N} \frac{1}{3\pi a \zeta}$$

zur Folge haben, in welcher ξ^2 das mittlere Quadrat der Projektion der Verschiebung eines Körnchens vom Halbmesser a innerhalb einer Flüssigkeit von der inneren Reibung ζ in einer Zeit τ auf eine Achse Ox bezeichnet.

Andererseits müssen die Kerne unter der Wirkung der Molekülstöße sowohl rotieren wie sich verschieben. Es gelang Einstein nun, immer unter Verfolgung der kinetischen Theorie, zu zeigen, daß das mittlere Quadrat ω^2 der Rotation um eine beliebige Achse in der Zeit τ der Gleichung

$$\omega^2 = \tau \frac{RT}{N} \frac{1}{4\pi \zeta a^3}$$

genügen muß.

Wenn es gelingt, diese Gleichungen experimentell zu prüfen, so wird man zwei neue und voneinander verschiedene Möglichkeiten haben, die Hypothesen zu prüfen, auf die sie sich stützen, und die Molekulargrößen zu ermitteln.

10. — Die Diskussion der früheren Arbeiten ließ die erste dieser beiden Gleichungen mehr als zweifelhaft erscheinen, und was die zweite betrifft, so hatte man niemals auch nur versucht, die Drehung zu messen. Da ich indessen Kerne von genau bekanntem Radius hatte, so beschloß ich, eine genaue Prüfung zu versuchen.

Zunächst befaßte ich mich mit der Translation. Herr Chaudesaigues hatte die Güte, die Ablesungen für die Gummiguttkörnchen vom Halbmesser $0{,}212\ \mu$ zu übernehmen, während ich mit Hilfe des Herrn Dabrowski analoge Ablesungen für die Mastixkerne vom Halbmesser $0{,}52\ \mu$ ausführte.

Die Beleuchtungsstrahlen, die von einem Auerbrenner ausgingen, wurden durch einen Trog mit Wasser filtriert. Das Präparat war in Wasser eingetaucht, und es wurde mit Immersion beobachtet, unter sorgfältiger Verzeichnung der Temperatur. Einer der Beobachter nahm auf das Kommando des anderen, beispielsweise von 30 zu 30 Sekunden, die Ablesungen im Hellen vor. Die Untersuchung von etwa 3000 Verschiebungen zeigte unstreitig, daß die Einsteinsche Formel streng richtig ist und für N den Wert $71{,}5 \cdot 10^{22}$ ergibt, der fast gleich dem Werte $70{,}5 \cdot 10^{22}$ ist, den ich nach einer ganz anderen Methode erhalten hatte, indem ich nämlich nicht die Bewegung der Teilchen untersuchte, sondern ihre Verteilung. Das Mittel, $71 \cdot 10^{22}$, dürfte annehmbar sein.

Der Triumph der kinetischen Theorie, die auf verschiedenen Wegen zu demselben Zahlenwerte führt, ist offenbar.

11. — In der Fig. 3 sieht man drei Zeichnungen, die wir in der Weise erhalten haben, daß wir die Verbindungsstrecken zwischen den aufeinanderfolgenden Lagen eines Mastixkernes vom Halbmesser $0{,}52\ \mu$ von 30 zu 30 Sekunden feststellten. In der Vergrößerung entsprechen 16 Teile des Koordinatennetzes 50 Mikrons. Das mittlere Quadrat der Projektion dieser Strecken auf eine Achse genügt der Einsteinschen Formel.

Diese Zeichnungen geben nur eine sehr schwache Vorstellung von der wunderbaren Verzwicktheit der tatsächlichen Bahn. Würde man nämlich die Ablesungen von Sekunde zu Sekunde vornehmen, so würde man jede dieser geradlinigen Strecken durch ein dreißigseitiges Polygon ersetzt finden, das verhältnismäßig ebenso verzwickt wäre wie die vorliegende Zeichnung, usw.

Die so beobachteten Bewegungen sind das getreue Abbild der Molekularbewegungen, oder vielmehr, es sind bereits Molekularbewegungen, gerade wie das Ultrarot bereits Licht ist.

12. — Um die Versuchsbedingungen zu verändern, habe ich versucht, und zwar mit Erfolg,

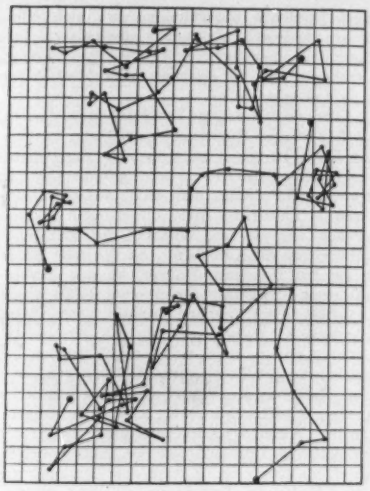


Fig. 3.

größere als die bisher benutzten Körnchen zu beschaffen; ihre Durchmesser bewegten sich zwischen einem Viertelmikron und einem Mikron. Zu diesem Zwecke ließ ich durch einen Trichter mit ausgezogener Spitze langsam Wasser von unten her in eine alkoholische Mastixlösung eindringen. Die Körnchen, die sich dann in der Übergangszone bilden, haben gewöhnlich einen Durchmesser von etwa zwölf Mikrons. Diesen Durchmesser mißt man direkt im Hellen. Diese Körnchen sind somit etwa 100000 mal schwerer als die kleinsten bisher benutzten. Damit sie infolge dieses Gewichtes nicht beständig am Grunde haften blieben, habe ich sie in einer 27prozentigen Harnstofflösung beobachtet, die ungefähr ihre Dichte hat, und deren innere Reibung 1,28 mal so groß ist wie die des reinen Wassers. Ich habe dabei festgestellt, daß die Einsteinsche Formel noch gültig ist. Das bedeutet eine sehr weitgehende Bestätigung der gleichmäßigen Energieverteilung.

13. — Aber mehr noch: Wegen der Größe dieser Kerne, und weil einige von ihnen glücklicherweise kleine Fehler enthalten, die als Einstellmarken dienen, habe ich ihre Rotation feststellen und messen können.

Zu diesem Zweck nahm ich in gleichen Zeitintervallen gewisse Fehlerstellen auf. Dadurch war ich dann in der Lage, später in Ruhe die Orientierung der Kugel in jedem dieser Momente festzustellen, und ihre Drehung von einem Augenblicke zum andern annähernd zu berechnen. Die Zahlenrechnungen, die ich mit etwa 200 Winkelmessungen an Kugeln mit einem Durchmesser von 1,3 μ ausgeführt habe, haben unter Anwendung der Einsteinschen Formel für N den Wert $65 \cdot 10^{22}$ ergeben, während der wahrscheinliche genaue Wert $70{,}5 \cdot 10^{22}$ beträgt. Mit anderen Worten: Geht man von dem letztgenannten Werte für N aus, so berechnet man für $\sqrt{\omega^2}$ in der Minute den Wert

$$14^0,$$

während man experimentell

$$14{,}5^0$$

findet.

Die Übereinstimmung ist so gut, wie es bei der Genauigkeit der Messungen und Rechnungen nur möglich ist; sie ist um so überraschender, als man a priori nicht einmal die Größenordnung des untersuchten Phänomens kannte[1]).

Ich fasse zusammen: Die kinetische Molekulartheorie der Brownschen Bewegung findet sich streng bestätigt und führt sowohl durch das Studium der Verteilung der Kerne wie auch durch das ihrer Bewegung zu genau demselben Werte für die Avogadrosche Konstante, als für eine wesentliche Invariante der Struktur der Materie.

14. — Unabhängig von der kinetischen Theorie und von der Brownschen Bewegung ermöglichen uns verschiedene Mittel, uns eine Vorstellung von den Molekulargrößen zu machen. Ich will von diesen Mitteln wenigstens die erwähnen, die bislang einige Genauigkeit erreicht haben.

Da ist zuerst die von J. J. Thomson und seinen Nachfolgern herrührende berühmte Bestimmung der Ladung eines Gasions mit Hilfe der Kondensation des Wasserdampfes an diesem Ion. Diese Ladung ist der Ladung ähnlich, die man bereits dem Elektron zugeschrieben hatte, und ist dieser zweifellos gleich (einen strengeren Beweis hat Townsend geführt); das führt zu einem Wert von N zwischen $40 \cdot 10^{22}$ und $90 \cdot 10^{22}$.

Demselben Gedankengange entspringend, aber wahrscheinlich einer genauen experimentellen Bestimmung zugänglicher, ist die Bestimmung der Ladung, die ein ultramikroskopisches Stäubchen in einem ionisierten Gase annimmt. Für diese Ladung haben Ehrenhaft und de Broglie unabhängig voneinander Werte gefunden[2]), nach denen N nahe bei $65 \cdot 10^{22}$ fällt.

1) Das Nähere über die Brownsche Rotationsbewegung siehe in der folgenden Abhandlung.

2) Le Radium **6**, 203—209, 1909.

Schließlich sind die schönen Versuche zu erwähnen, bei denen Rutherford und Geiger[1]) durch direkte Zählung die Anzahl p der positiven Projektile (α-Strahlen) erhalten haben, die ein Gramm Radium in der Sekunde ausstrahlt. Die Kenntnis dieser Zahl gestattet mindestens drei verschiedene Bestimmungen der Konstanten N. Die eine ergibt sich aus der gleichfalls von Rutherford herrührenden, übrigens schwierigen, Messung der gesamten von einem Gramm Radium ausgestrahlten positiven Ladung und hat für N den Wert

$$62 \cdot 10^{22}$$

geliefert; eine zweite ergibt sich aus der Kenntnis der mittleren Lebensdauer des Radiums unter der Annahme, daß jedes zerfallende Atom ein α-Teilchen aussendet; diese hat nach den Messungen von Boltwood für N den Wert

$$70{,}6 \cdot 10^{22}$$

geliefert; eine dritte schließlich ergibt sich aus der Kenntnis der aus einer bekannten Masse Radium emanierten Heliummenge (jedes Heliumatom entspricht einem α-Projektil), und diese Bestimmung liefert nach den Messungen von Dewar und der Berechnung von Moulin[2]) den Wert

$$71 \cdot 10^{22}.$$

Die außerordentliche Übereinstimmung dieser Zahlen mit denen, die ich durch das Studium der Brownschen Bewegung erhalten habe, die genaue Konvergenz so grundverschiedener Wege, die gleichzeitig von verschiedenen Forschern beschritten worden sind, von denen keiner die Ergebnisse der anderen kannte, all dieses wird man zweifellos als sehr auffallend ansehen müssen. Unter Berücksichtigung weiterer klassischer Argumente, über die ich mich hier nicht auszulassen brauche, wird es berechtigt erscheinen, der objektiven Realität der Moleküle als dem Grundprinzip der Atomistik ebensoviel Glaubwürdigkeit beizumessen wie etwa dem Prinzip von der Erhaltung der Energie oder dem Carnotschen Prinzip.

1) Diese Zeitschr. **10**, 1, 1909.
2) Le Radium **6**, 164, 1909.

(Nach Le Radium **6**, Déc. 1909 übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen am 25. Februar 1910.)

Die Brownsche Rotationsbewegung.
(Le mouvement brownien de rotation.)

Von Jean Perrin.

Man braucht nur einen Augenblick lang die Brownsche Bewegung mikroskopischer Körnchen zu beobachten, um zu sehen, daß sich diese Körnchen unregelmäßig um sich selbst drehen und sich gleichzeitig verschieben (mit Ausnahme jener, die kugelförmig sind und deren Drehbewegung sich mangels aller Merkzeichen nicht feststellen läßt).

Diese unregelmäßige Drehbewegung, die man als Brownsche Rotationsbewegung bezeichnen kann, ist bisher noch niemals zum Gegenstand einer Experimentaluntersuchung gemacht worden. Sie erklärt sich leicht aus der kinetischen Theorie. Nach dieser stellt sie sich nämlich dar als eine Wirkung der Molekularstöße gegen die Körnchen. Die Wirkung dieser Stöße, die in jedem Augenblicke der Gesamtheit eines Kräftepaares und einer Kraft gleich ist, muß das Körnchen, selbst wenn dieses sphärisch ist, drehen und zugleich verschieben. Genauer gesagt, muß sich jedes Körnchen bei gleichbleibender Temperatur so bewegen, daß seine Rotationsenergie und seine translatorische Energie denselben Mittelwert haben, der übrigens von der Gestalt des Körnchens unabhängig und der mittleren Translationsenergie eines isolierten Moleküles gleich ist. (Gesetz der Energieverteilung; Maxwell, Boltzmann, Gibbs, Jeans, Langevin u. a. m.)

Von diesen Voraussetzungen ausgehend, hat Einstein[1]) im Verlaufe seiner schönen theoretischen Untersuchungen über die Thermodynamik und die Brownsche Bewegung nachzuweisen vermocht, daß die Drehung eines kugelförmigen Körnchens vom Halbmesser a, das sich in einem Fluidum von der inneren Reibung ζ und der absoluten Temperatur T befindet, der Gleichung

$$\omega^2 = \tau \frac{RT}{N} \frac{1}{4\pi\zeta a^3}$$

genügen muß. In dieser Gleichung ist R die Gaskonstante für ideale Gase, N die Avogadrosche Konstante (Anzahl der Moleküle im Grammmoleküle) und ω^2 das mittlere Quadrat der Drehung um eine willkürliche Achse in einer Zeit τ.

Es ist mir gelungen, diese Gleichung, und somit auch die Hypothesen, aus denen sie abgeleitet ist, einer experimentellen Prüfung zu unterziehen.

An den sphärischen Körnchen, die man für gewöhnlich beobachtet und deren Größe kaum ein Mikron überschreitet, lassen sich die Messungen nicht ausführen. Ich habe daher zuallererst viel größere Körnchen herstellen müssen. Das ist mir auf die folgende Weise gelungen, die man sich erklären kann, wenn man die Kenntnisse über das Auftreten und das Wachsen von Kristallkernen in übersättigter Lösung auf

1) Ann. d. Phys. (4), **19**, 371, 1906.

die amorphen Harzkerne anwendet: Statt nämlich das Harz (Gummigutt oder Mastix) durch einen großen Überschuß von Wasser aus einer alkoholischen Lösung plötzlich auszufällen, wie man verfährt, wenn man eine Emulsion erhalten will, habe ich ganz langsam Wasser aus einem Trichter mit ausgezogener Spitze von unten her in die alkoholische Lösung eintreten lassen. Die Körnchen, die sich dann in dem Gebiete bilden, wo sich die beiden Flüssigkeiten infolge der Diffusion vermischen, erreichen rasch einen Durchmesser von etwa zwölf Mikron, ehe sie in das Wasser hinabfallen, aus dem man sie durch Abgießen gewinnt. Es sind durchsichtige Kugeln, die leicht in unregelmäßige Stücke zerbrechen. Sie sind genau sphärisch, aber man sieht in ihrem Innern häufig kleine Fehler oder kleine Einschlüsse, und eben diese haben mir die Marken geliefert, deren ich bedurfte, um die Drehung feststellen und messen zu können.

Diese großen Kerne, die ungefähr 100000 mal so groß sind wie die ersten Körnchen, von denen ich habe nachweisen können, daß sie sich wie ein schweres Gas verteilen, halten sich so nahe am Boden des Präparates auf, in dem sie beobachtet werden, daß ihre Bewegung durch Adhäsionsphänomene behindert und zuweilen sogar gehemmt wird. Um dies zu vermeiden, habe ich der Flüssigkeit zwischen den Körnchen durch Lösung eines geeigneten Körpers eine Dichte zu geben gesucht, die jener der Körnchen merklich gleich ist.

Dann tritt eine, übrigens lehrreiche, Komplikation auf. Diese besteht darin, daß fast alle in dieser Weise zugesetzten Körper in der erforderlichen Menge die Körnchen aneinanderkleben lassen. Unter ihrer Einwirkung sieht man die untersuchten Körnchen sich zu Haufen anordnen, die Weintrauben oder auch regelmäßigen Kugelhaufen ähneln. Wir haben hier in vergrößertem Maßstabe das bekannte Phänomen der Koagulation, das in den gewöhnlichen kolloidalen Lösungen mit ultramikroskopischen Körnchen so schwer zu verfolgen ist. Durch dieses einfache und direkte Ergebnis verliert die zuweilen aufgestellte Hypothese an Wahrscheinlichkeit, nach der die Körnchen eines Gerinnsels miteinander verbunden sein sollen, ohne sich gegenseitig zu berühren.

Nach verschiedenen Versuchen habe ich schließlich im Harnstoff eine Substanz gefunden, deren Koagulationsvermögen hinreichend schwach ist, um die Beobachtungen zu gestatten. In einer 27prozentigen Harnstofflösung bleiben einige Mastixkerne auf dem Grunde, andere an der Oberfläche und einige schwimmen mitten in der Flüssigkeit. An diesen Körnchen beobachtet man dann die Brownsche Translationsbewegung, und man sieht, dank den bereits erwähnten Merkzeichen, sehr gut, wie sie sich drehen. Die Viskosität der Flüssigkeit zwischen den Körnchen war 1,28mal so groß wie die des reinen Wassers.

Ich habe mich zunächst vergewissert, ob die unregelmäßige translatorische Bewegung auch die vorher berechnete Größe[1]) hatte und habe denn auch an einer Kugel von 11,5 μ Durchmesser für die mittlere Horizontalverschiebung in der Minute 2,35 μ gefunden, statt 2,50 μ. Ich habe dann die Drehungen gemessen.

Zu diesem Zwecke legte ich in gleichmäßigen Zeitintervallen die Lage der Fehlerstellen fest, deren Entfernung vom Kugelmittelpunkte ich hatte messen können. Damit konnte ich dann nach Belieben die Orientierung der Kugel in jedem dieser Zeitpunkte feststellen und ihre Drehung von einem Zeitpunkte zum andern annäherungsweise berechnen. Die zahlenmäßige Ausrechnung von ungefähr 200 Winkelmessungen an Kugeln von 13 μ Durchmesser lieferte mir unter Zugrundelegung der Formel von Einstein für N den Wert $65 \cdot 10^{22}$, während der richtige Wert[2]) vermutlich $70{,}5 \cdot 10^{22}$ ist. Mit anderen Worten: Geht man von diesem letzteren Werte von N aus, so erhält man für $\sqrt{\omega^2}$ in der Minute den Wert

$$14^0,$$

während ich experimentell

$$14{,}5^0$$

gefunden habe.

Die Übereinstimmung ist so gut, wie es bei der Genauigkeit der Messungen und Rechnungen zu erwarten ist. Diese Übereinstimmung ist um so auffälliger, als a priori nicht einmal die Größenordnung des untersuchten Phänomens bekannt war. Es gewinnt immer mehr den Anschein, daß die kinetische Molekularhypothese in allen wesentlichen Punkten durch das Studium der Brownschen Bewegung eine experimentelle Grundlage finden soll.

1) C. R. **149**, 478, 1909.
2) C. R. **149**, 479, 1909.

27. September 1909.

(Nach C. R. **149**, 549—551, 1909 aus dem Französischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 8. März 1910.)

Elektrischer Widerstand von Metallgemischen und Legierungen.

Von K. P. Brooks.

Rayleigh[1]) und nach ihm Liebenow[2]) haben eine Theorie aufgestellt, um den hohen

1) Rayleigh, Collected Works **4**, 232.
2) Liebenow, Enzyklopädie der Elektrochemie, Bd. 10.

Widerstand von Legierungen zu erklären. Es ist bekannt, daß, abgesehen von den Legierungen von Zink, Kadmium, Zinn und Blei, eine aus zwei Metallen bestehende Legierung einen höheren Widerstand besitzt, als das einzelne Metall für sich allein und daß schon eine geringe Beimischung den Widerstand eines Metalles beträchtlich erhöht[1]).

Wenn ein elektrischer Strom durch die Berührungsstelle zweier Metalle fließt, so beobachtet man eine Erhöhung oder eine Erniedrigung der Temperatur an dieser Stelle je nach der Stromrichtung, eine Erscheinung, die als Peltier-Effekt bekannt ist. Nehmen wir nun an, daß eine Legierung zusammengesetzt ist aus kleinen Partikeln der beiden Komponenten, so werden bei Stromschluß an den Berührungsstellen dieser Partikel Erwärmungen und Abkühlungen auftreten. Diese haben eine E.M.K. zur Folge, die der Stromrichtung an jeder Stelle entgegengesetzt und im stationären Zustand der Stromstärke proportional ist, da die Temperaturunterschiede ihr proportional werden. Eine solche entgegengerichtete E.M.K. hat den Charakter eines Ohmschen Widerstandes und kann experimentell nicht von einem solchen getrennt werden. Es kann daher der höhere Widerstand einer Legierung einem derartigen Peltier-Effekt zugeschrieben werden.

Lord Rayleigh hat diese E.M.K. berechnet, und kam so zu der Formel

$$r = 273 \cdot e^2 \left(\frac{k_1}{p_1} + \frac{k_2}{p_2} \right),$$

wo r der durch jene E.M.K. vorgetäuschte Widerstand,
e die thermoelektrische Kraft für die Komponenten bei 1° C Temperaturdifferenz,
k_1 und k_2 die Wärmeleitvermögen,
p_1 und p_2 die Volumanteile der Komponenten.

Im folgenden sollen einige Versuche beschrieben werden, die diese Theorie prüfen sollten.

Eine große Menge feiner Plättchen aus Gold und Silber, 0,07 mm dick, 2 mm im Durchmesser, waren in einem Glasrohr zu einer Säule aufeinander geschichtet und fest zusammengepreßt. Vorversuche mit Schlaggold und Silber zeigten, daß es unmöglich war, eine brauchbare Säule daraus herzustellen, während eine dicke von 0,07 mm sich als vorteilhaft herausstellte. Hierauf wurde der Widerstand und der Temperaturkoeffizient dieser Säule gemessen, und diese Messung mit ähnlichen Säulen, die mit verschiedenem Prozentgehalt aufgebaut waren, wiederholt. Eine Schwierigkeit boten diese Messungen dadurch, daß der Widerstand nur etwa 5×10^{-4} Ohm betrug, so daß alle Störungen durch Thermoströme sorgfältig vermieden werden mußten. Auch bot das Glasrohr Schwierigkeiten, da es zerbrach, wenn die innere Weite eine Spur zu gering war. Eine Menge Rohre zersprangen, ehe eines mit genau der richtigen Weite gefunden wurde. Ein Hartgummirohr wäre vielleicht vorteilhaft gewesen, doch es war unmöglich, die Plättchen richtig hinein zu bringen, ohne sie dabei sehen zu können.

Der Widerstand wurde durch Vergleich mit einem normal $^1/_{1000}$ Ohm gemessen. Beide lagen in Serie mit einem kleinen Akkumulator, einem Amperemeter und einem Regulierwiderstand und es wurde der Potentialabfall über beiden mit einem d'Arsonval-Galvanometer gemessen. Die Stromstärke wurde variiert zwischen 0,1 und 2 Ampere, ohne daß aber ein Unterschied im Widerstand sich zeigte. Der Temperaturkoeffizient wurde ermittelt zwischen der Temperatur des Zimmers und 100° C. Zuvor wurde die Temperatur auf 180° in einem Ölbad gebracht, um alle Feuchtigkeit auszutreiben, die vielleicht zwischen den Plättchen sein konnte. Ursprünglich wurde zu diesem Zwecke die Säule ins Vakuum gesetzt, doch zeigte sich, daß durch hinreichendes Erhitzen dasselbe mit weniger Mühe erreicht wurde. Das Ergebnis war, daß die Säule keine der charakteristischen Eigenschaften einer Legierung zeigte, der Widerstand stieg gleichmäßig mit zunehmendem Goldgehalt. Er war zwar dauernd höher als berechnet, doch kann dies durch die große Zahl von Kontaktstellen erklärt werden. Der Temperaturkoeffizient war durchweg hoch konstant. Jedenfalls war er für die Säulen aus beiden Metallen nicht kleiner, als für die aus einem allein hergestellten.

Die Metalle wurden für sich allein untersucht und als rein befunden. Die obigen Resultate sind noch nicht vollständig überzeugend. Es wurde daher eine gleiche Versuchsreihe ausgeführt mit feinen, chemisch reinen, sorgfältig gemischten Pulvern, die in einer Form durch 5560 Atmosphären Druck zu Stäbchen (5 cm lang und 2 × 2 mm dick) zusammengepreßt waren, die sich, ohne zu brechen, bearbeiten ließen. Widerstand und Temperaturkoeffizient wurden in der gleichen Weise gemessen und führten zu sehr ähnlichen Resultaten. Fig. 1 zeigt die Ergebnisse ebenso wie die von Matthiessen für Legierungen gemessenen Werte. Fig. 2 zeigt ebenso die Temperaturkoeffizienten.

Die Dichte der Stäbe ist in Fig. 3 dargestellt, ebenso die für die entsprechenden Legierungen. Man sieht, daß die erstere Kurve eine gerade Linie ist, im Gegensatz zu der zweiten. Es ist wahrscheinlich, daß, wenn die

1) Guertler, Jahrbuch d. Radioaktivität u. Elektronik **5**, 69, 1908.

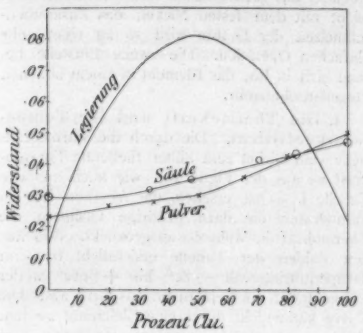


Fig. 1.

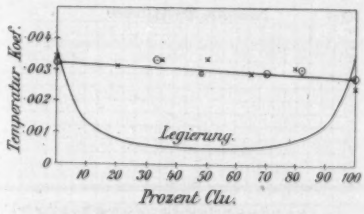


Fig. 2.

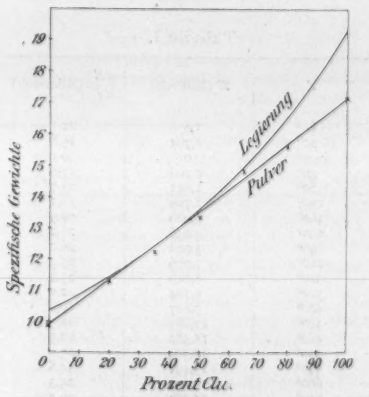


Fig. 3.

Stäbe unter stärkerem Drucke hergestellt worden wären, die Dichte teilweise größer als die der entsprechenden Legierungen gewesen wäre. Das deutet auch darauf hin, daß die Struktur der Legierungen, die den hohen Widerstand bedingt, mehr ist als eine bloße enge Anordnung von Teilchen nebeneinander.

Wenn aber der Peltier-Effekt überhaupt eine Wirkung hat, so muß dieselbe sehr klein sein, und kann also nur einen kleinen Anteil an der Erhöhung des Widerstandes haben. Willows[1]) versuchte diesen Anteil zu bestimmen, indem er den Wechselstromwiderstand für Legierungen maß. Er hoffte hierdurch den Peltier-Effekt zu verringern, indem bei hinreichend schnellem Wechseln sich kein stationärer Temperaturwiderstand ausbilden würde. Er konnte aber keinen Unterschied gegenüber dem Gleichstromwiderstand finden.

Herrn Geheimrat Riecke spreche ich für die Anregung zu dieser Arbeit und die liebenswürdige Unterstützung bei Ausführung derselben meinen herzlichsten Dank aus. Ebenso bin ich Herrn Professer Prandtl für die freundliche Zurverfügungstellung der hydraulischen Presse zu großen Dank verpflichtet.

1) Willows, Phil. Mag. (6) **12**, 604, 1906.

Physikalisches Institut Göttingen, März 1910.

(Eingegangen 14. März 1910.)

Über das Silber-Nickel-Thermoelement.

Von G. v. Hevesy und E. Wolff.

1. Einleitung. Im Gegensatze zu den meisten anderen thermoelektrischen Kombinationen des Nickels[1]) liegen bis jetzt keine Untersuchungen über das Silber-Nickel-Thermoelement vor. Nur Matthiessen[2]) erwähnt, daß die Thermokraft dieses Elementes das 5,02 fache der *Ag-Cu*-Kombination beträgt und Bachmetjew[3]), daß die Thermokraft unseres Elementes zunimmt, falls der Silberdraht gespannt wird. Mit der Aufnahme von Abkühlungskurven in alkalischen Schmelzen beschäftigt, bediente sich einer von uns dieser gegen geschmolzene Ätzalkalien widerstandsfähigen Kombination und fand bei dieser Gelegenheit, daß sich das Silber-Nickel-Thermoelement im Bereich von -80^0 bis $+920^0$ sehr gut zur Temperaturmessung eignet. Es sollen deshalb im folgenden nähere Angaben über dieses Thermoelement gemacht werden.

2. Erzeugung der Temperaturen und Messung der Thermokraft. Die zwischen

1) Vgl. z. B. die Zusammenstellung von Braun in Winkelmanns Handbuch der Physik, Bd. III.
2) Pogg. Ann. **103**, 412, 1858.
3) Beibl. **15**, 1890.

0° und — 80° liegenden Temperaturen wurden in einem Dewargefäß mit fester Kohlensäure bzw. Kältemischungen erzeugt, die zwischen 0° und 920° liegenden in einem elektrisch geheizten Nickelofen, dieser, mit 50 Volt Spannung

Fig. 1.

und 0 bis 9 Ampere geheizt, ist in Fig. 1 abgebildet (1 : 10). In der als Heizkörper dienenden Porzellanröhre bzw. in Dewargefäß wurden zwei Thermoelemente untergebracht, zwischen deren Lötstellen sich ein von der Reichsanstalt geeichter Widerstandsthermometer befand. Der mit Hilfe einer Wheatstoneschen Brücke gemessene Widerstand des letzteren ergab die Ofen- bzw. Lötstellentemperatur, wobei als Nullinstrument ein d'Arsonval-Galvanometer von der Empfindlichkeit 10^{-9} diente, das gleichzeitig auch zur Ermittlung der gesuchten Thermokraft Anwendung fand, welche sich durch Vergleichen mit einer bekannten elektromotorischen Kraft ergab. Diese letztere wie auch die Thermokraft konnte mit Hilfe einer Wippe abwechselnd, nach dem Passieren eines Widerstandskastens von ca. 10000 Ohm, an ein Galvanometer gelegt werden. Die bekannte elektromotorische Kraft lieferte die Abzweigung eines kurzgeschlossenen Akkumulators, die Spannung wurde durch Vergleichen mit zwei hintereinander geschalteten Westonelementen kontrolliert, wobei Akkumulator und Normalelemente denselben Graphitwiderstand von 10^6 Ohm passierten. Mit Hilfe dieser Anordnung konnte die Thermokraft bis auf 1 Mikrovolt genau ermittelt werden.

3. Das Thermoelement. Wir benützten 0,4 mm starke Drähte von je 1 m Schenkellänge. Der Nickeldraht wurde uns freundlichst von den „Vereinigten Deutschen Nickelwerken" Schwerte i. W. überlassen, der Silberdraht stammte aus der „Deutschen Gold- und Silberscheideanstalt" Frankfurt a. M. Der mit Hilfe der Wheatstoneschen Brücke ermittelte Widerstand des Thermoelementes betrug 0,834 Ohm (0,729 des *Ni* und 0,105 des *Ag*-Drahtes). Zusammengeschmolzen wurden die zwei Drähte im Gebläse, das geschmolzene Silber verbindet sich leicht mit dem festen Nickel; das Zusammenschmelzen der Drähte wird so zu einer sehr einfachen Operation. Die zweite Lötstelle befand sich in Eis, das Element in einem üblichen Porzellanschutzrohr.

4. Die Thermokraft und ihr Temperaturkoeffizient. Die durch die warme Lötstelle vom Nickel zum Silber fließende Thermokraft ist aus der Figur 2 — wie auch aus der Tabelle I — zu ersehen, die Abszisse ist die Temperatur, die dazu gehörige Ordinate die Thermokraft in Millivolts ausgedrückt. Wie aus den Zahlen der Tabelle ersichtlich, tritt im Temperaturintervall — 80° bis + 900° weder ein neutraler noch ein Inversionspunk auf. Die Kurve kann nicht durch eine Gleichung zweiten Grades ausgedrückt werden; Holborn und

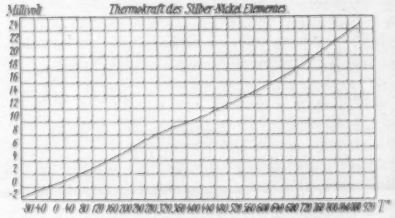


Fig. 2.

Tabelle I.

T	E (Millivolt)	$\frac{dE}{dT}$ (Mikrovolt)
— 80°	1,676	22,1
— 40°	0,793	19,8
± 0°	0	0
40°	0,706	17,9
80°	1,655	23,7
120°	2,709	26,1
160°	3,906	26,9
200°	4,956	26,2
240°	5,998	26,0
280°	7,016	25,5
320°	8,016	25,0
360°	9,104	22,0
400°	9,827	20,0
440°	10,683	21,5
480°	11,582	22,5
520°	12,504	23,0
560°	13,491	24,8
600°	14,500	25,3
640°	15,554	26,3
680°	16,653	27,5
720°	17,952	32,5
760°	19,349	33,7
800°	20,728	35,0
840°	22,109	35,0
880°	23,507	35,0
920°	24,878	35,0

Day[1]), die eine große Anzahl Thermoelemente untersuchten, fanden bekanntlich, daß für keine einzige Kombination die Avenariussche Gleichung im ganzen Intervall von -185 bis $+950^0$ anwendbar ist.

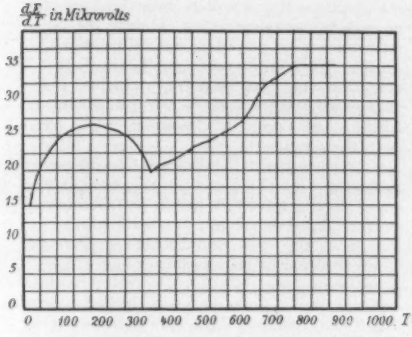


Fig. 3.

Fig. 3 enthält den in Mikrovolts ausgedrückten Temperaturkoeffizienten der Thermokraft als Ordinate. Letzterer nimmt zuerst bis etwa 180^0 zu, erreicht dann bei 370^0 ein Minimum und wird nach einer weiteren Zunahme von 780^0 an konstant. Sein größter Wert beträgt 35,0, der kleinste 17,9 Mikrovolts pro 1^0.

5. Umwandlung des Nickels und Temperaturkoeffizient der Thermokraft. Es ist zu erwarten, daß der Temperaturkoeffizient der Thermokraft als Funktion der Elektronenzahl im Umwandlungspunkte eine Unstetigkeit erleidet. Ein Maximum des Temperaturkoeffizienten ist bei 220^0, ein Minimum bei 370^0 vorhanden. Harrison[2]), der einen ähnlichen Lauf des Temperaturkoeffizienten des Kupfer-Nickel-Thermoelement, fand, konnte zeigen, daß bei derselben Temperatur (bei etwa 380^0), wo $\frac{dE}{dT}$ ein Minimum hat, auch der Widerstand des Nickels eine Unstetigkeit erleidet. Weitere Umwandlungspunkte[3]) machen sich weder in der Widerstands-, noch in der thermoelektrischen Kurve bemerkbar.

6. Über die Reproduzierbarkeit der Angaben des Silber-Nickel-Elementes. Die Angaben unseres Elementes lassen sich mit einer Genauigkeit von $\pm 0{,}5^0$ reproduzieren. Diese Abweichung rührt vermutlich von einer kleinen Hysteresis in der Nähe des Umwandlungspunktes her, für die letztere Auffassung spricht die Tatsache, daß bei der Aufnahme von Abkühlungskurven mit nicht zu verschiedenen Abkühlungsgeschwindigkeiten die Übereinstimmung zweier Beobachtungen eine vorzügliche ist, so zeigte z. B. ein nacktes Silber-Nickel-Element, den $NaNO_3$-Schmelzpunkt bei $306{,}3^0$ und nach der Aufnahme von etwa 20 verschiedenen Abkühlungskurven denselben Punkt bei $306{,}5^0$, die Abweichung betrug also nur $+0{,}1^0$.

Gleichfalls gute Erfahrungen machte Pecheux[1]) mit dem Kupfer-Nickel-Element, dessen Angaben sich mit einer Genauigkeit von 0,7o reproduzieren lassen sollen. Die Herren v. Pirani und v. Siemens machten gute Erfahrungen mit dem Eisen-Nickel-Thermoelement, dessen sie sich bei ihren Leitfähigkeitsmessungen von Isolatoren bei hohen Temperaturen[2]) bis 1000^0 bedienten. Nach einer freundlichen Mitteilung des Herrn W. v. Siemens zeigten verschiedene Elemente aus demselben Material höchstens nur $\pm 3^0$ verschiedene Werte.

7. Die Einwirkung des Luftsauerstoffs auf das Silber-Nickel-Element. Erhitzt man die Thermoelemente längere Zeit hindurch bei reichlichem Luftzutritt auf 600^0—700^0, so wird der Nickeldraht brüchig, die Thermokraft steigt an und hört später wegen Unterbrechung des Kontaktes völlig auf. Eine unter solchen Bedingungen aufgenommene Kurve steigt von 550^0 an steiler an, als die normale Kurve, zeigt bei 650^0 eine um 2,5 Millivolt größere Thermokraft als die letztere und hört bald darnach auf.

Die Bedingungen des Brüchigwerdens der zur Widerstandsheizung benützten Nickeldrähte untersuchten R. Lorenz und einer von uns[3]) und fanden, daß das Zerbröckeln in der Hauptsache durch das Hineinziehen des oberflächlich gebildeten Nickeloxyds ins Drahtinnere bewirkt wird, und daß es durch Ausschließen des atmosphärischen Sauerstoffs verhindert werden kann[4]). Beim Nickeldraht unseres Thermoelementes liegt derselbe Fall vor, nur werden die dünnen Thermoelementdrähte noch leichter vom Oxyd

1) Berl. Ber. 1899, S. 691.
2) Phil. Mag. **6**, (3) 192, 1902.
3) Vgl. auch Battelli, Beibl. **12**, 589, 1888; Lindsay, Edinb. Proc. **29**, 57, 1908.

1) La Lumière Electrique **7**, 137, 1909.
2) Z. f. Elektrochem. **15**, 969, 1909.
3) R. Lorenz und G. v. Hevesy, Z. f. Elektrochem. **16**, V, 1910.
4) Eine polymorphe Umwandlung des Nickels ist unwahrscheinlich, da weder Thermokraft noch Widerstand als Temperaturfunktionen eine solche anzeigen, doch tritt möglicherweise eine Art Cohensche Forcierkrankheit auf, da auch vollständiger Sauerstoffausschluß auf die Dauer das Sprödewerden des Drahtes nicht völlig zu verhindern vermag.

durchdrungen. Verhindert man jedoch die Luftzufuhr durch Anwendung von Schutzröhren, die zweckmäßig am oberen Ende noch mit Wasserglas abgedichtet werden, so ist die Lebensdauer auch oberhalb 600°—700° beanspruchter Thermoelemente eine sehr lange. Übrigens lassen sich diese Thermoelemente, da sie nur einen Wert von 5—10 Pf. darstellen, leicht durch neue ersetzen.

Zusammenfassung. Die Eigenschaften des Silber-Nickel-Thermoelementes wurden besprochen und gezeigt, daß diese wohlfeile Kombination eine große Thermokraft und Temperaturkoeffizienten besitzt und ihre Angaben gut reproduzierbar sind. Diese Eigenschaften machen das Element zur Messung von Temperaturen im Intervall von —80° bis +920° sehr brauchbar.

Ferner wurde auf das Zusammenfallen des Minimums des Temperaturkoeffizienten der Thermokraft dieser Kombination mit dem Umwandlungspunkt des Nickels hingewiesen.

Zürich, Laboratorium für Elektrochemie und physikalische Chemie des eidg. Polytechnikums, 27. März 1910.

(Eingegangen am 29. März 1909.)

Über die elektrische Leitfähigkeit der Legierungen und ihren Temperaturkoeffizienten. III[1]).

Von W. Guertler.

Ein schon vor längerer Zeit in dieser Zeitschrift erschienener Artikel von E. Rudolfi, diese Zeitschr. **9**, 607, 1908, veranlaßt mich, angesichts der von demselben entwickelten Anschauung, daß ich zu Unrecht mir irgendeines der Gesetze über die elektrische Leitfähigkeit der Legierungen anmaßte, da sie von Le Chatelier längst vorher „klar ausgesprochen" worden seien, dem in folgendem die von Le Chatelier bereits mitgeteilten und die von mir hinzugetragenen Gesetze gegenüberstellen.

Ich beginne mit den 33 Druckzeilen der Arbeit Le Chateliers, auf die sich Herr Rudolfi beruft. Ich möchte nicht versäumen, dabei ausdrücklich zu betonen, daß es mir durchaus fern liegt und stets fern gelegen hat, den Wert der Arbeiten Le Chateliers irgendwie schmälern zu wollen. Ich bin mir im Gegenteil der großen Genialität eines Le Chatelier nicht weniger bewußt wie irgendein anderer, und verhehle mir nicht, daß es zu jener Zeit[2]) eine weit höhere Leistung bedeutete, die Zusammenhänge zum Teil zu ahnen, als heute auf Grund des vollständigen Tatsachenmaterials sie zu beweisen. Es ist lediglich, wie ich auch in meiner ersten Leitfähigkeitsarbeit ausdrücklich betonte[1]), der Unzulänglichkeit des Le Chatelier seinerzeit vorliegenden Materials zuzuschreiben, daß er bei Entwicklung seiner Theorie zu unzureichenden oder gar falschen Annahmen geführt wurde. Nur die Angriffe des Herrn Rudolfi veranlassen mich, im Gegensatz zu meinen Äußerungen an anderer Stelle[2]), hier gerade auf die Lücken und Fehler der Darlegungen Le Chateliers hinzuweisen.

Zunächst findet sich bei Le Chatelier die Äußerung: „Il semble à priori, que, dans le cas d'alliages constitués par la juxtaposition de cristaux des deux métaux, la conductibilité doive être la somme des conductibilités propres des quantités des deux métaux entrant dans l'alliage". Diese Vermutung, die Le Chatelier in fünf Fällen bestätigt findet, hat sich nicht bestätigt. Das Gesetz hat nur dann Gültigkeit, wenn die Leitfähigkeitswerte der beiden Komponenten wie in den fünf von ihm herangezogenen Fällen nahezu gleich sind[3]). Über die Notwendigkeit der anderenfalls auftretenden starken Abweichungen habe ich näheres an anderer Stelle[4]) dargelegt. Diese erste Regel von Le Chatelier ist also nur bedingt richtig.

Als zweites gibt Le Chatelier zu der in einzelnen Legierungen beobachteten Leitfähigkeitserniedrigung folgende Deutung:

„On ne peut jusqu'ici, rattacher d'une façon certaine cette particularité à la constitution chimique de l'alliage sans faire des hypothèses discutables. Matthiessen avait conclu à l'existence de transformations allotriques, mais cette conclusion est contredite par l'étude des autres propriétés. Il semblerait plutôt, que cet accroissement de résistance doive être attribué à la production de mélanges isomorphes. Cette conclusion semble difficilement contestable dans le cas des alliages de fer avec le nickel et le manganèse de l'argent avec de l'or."

Die Worte: „Il semble plutôt que", sowie der hinzugefügte Satz: „On ne peut jusqu'ici

1) I: Diese Zeitschr. **9**, 29, 1908; II: Diese Zeitschr. **9**, 404, 1908.

2) Herr Rudolfi macht mir auch den Vorwurf, „verschwiegen" zu haben, daß Le Chatelier seine Darlegungen im Jahre 1901 angesichts der fortgeschrittenen metallographischen Erkenntnisse wiederholt habe. Sollte Herr Rudolfi in der Tat nicht bemerkt haben, daß es sich lediglich um einen absolut unveränderten Abdruck in einem Sammelwerke handelt, in welchem mehrere Pariser Forscher frühere Arbeiten unter dem Titel „Contributions à l'étude des alliages" in Buchform vereinigten?

1) Zeitschrift für anorgan. Chem. **51**, 398 ff., 1906.

2) l. c. ferner ebendort **54**, 58, 1907 und Jahrb. d. Radioaktivität und Elektronik **5**, 19, 1908.

3) Jahrbuch d. Radioaktivität und Elektronik **5**, 35, 36, 41, 42, 1908.

4) Vergl. die betr. Abschnitte der zitierten Arbeiten.

... hypothèses discutables" beweisen wohl deutlich genug, daß Le Chatelier nichts anderes als eine Vermutung, sicherlich keinen bewiesenen Satz zu geben beabsichtigte. Er selbst schreibt überdies auch an anderer Stelle zur selben Zeit: „cette diminution rapide de la conductibilité ... ne peut jusqu'ici au point de vue théorique, être utilisée dans les recherches sur la constitution chimiques des alliages."

Es ist vielleicht Sache des Temperaments, ob man diese auf zwei Beispiele (bei denen obendrein nach Le Chateliers eigener Mitteilung der Tatbestand ununterbrochener Reihen fester Lösungen ebenfalls völlig noch eine unbewiesene Annahme war) gegründete Vermutung mit Herrn Rudolfi als Gesetz ansehen will. Die wissenschaftliche Literatur jedenfalls bringt in den 13 Jahren, die zwischen diesen Äußerungen Le Chateliers und meinen Arbeiten über den Gegenstand verstrichen sind, meines Wissens nicht eine einzige Stelle, die mit dieser Äußerung als einem auch nur halbwegs erwiesenen Gesetze rechnet.

Endlich spricht Le Chatelier noch von Verbindungen; er schreibt: „On observe pour une certaine compositon un relèvement de la conductibilité, la courbe présentant un maximum anguleux. A première vue l'existence de ce maximum semble bien correspondre à une combinaison définie." In diesem Falle war Le Chatelier mit seiner Vermutung weniger glücklich. Die von ihm mit Hilfe dieser Regel angegebenen Verbindungen stimmen nur in zwei von den herangezogenen Fällen. Meine Regel 5 (cf. weiter unten) betont, daß die Existenz eines Maximums für die Existenz einer Verbindung nicht notwendig ist.

Damit ist erschöpft, was von Leitfähigkeitsgesetzen sich schon bei Le Chatelier findet, und, wie mir scheint, auch erklärt, weshalb Le Chateliers Gesetzmäßigkeiten, auch soweit sie zutreffen, trotz des so angesehenen Namens ihres Autors, bis heute in der Fachwelt keinerlei Beachtung als wissenschaftliche Fakta gefunden haben, so daß in den folgenden Jahren Lord Rayleigh und Liebenow bei Aufstellung ihrer Theorien über die Leitfähigkeit der Legierungen die Theorien Le Chateliers überhaupt nicht berücksichtigten, und daß noch im Jahre 1904 Roozeboom in seinem bekannten Buche über die heterogenen Gleichgewichte (Bd. II, S. 188, 189) zu dem Schluß kam: „daß die existierenden Versuche über das Leitungsvermögen binärer Legierungen nur in sehr beschränkter Weise auf die Frage nach der Natur der festen Phasen Aufschluß geben können."

Ich bin in der Tat nach wie vor der Meinung, daß erst nach meinen Darlegungen die gesetzmäßigen Zusammenhänge der Leitfähigkeit und ihres Temperaturkoeffizienten mit der Konstitution der Legierungen als klargestellte Fakta angesehen werden können, mit denen sich rechnen läßt.

Was ich nun zu den Leitfähigkeitsgesetzen Neues hinzugetragen habe, ist zunächst ein umfassender, sowohl durch eigene Konstitutions- und Leitfähigkeitsuntersuchungen, wie unter Heranziehung und Diskussion zahlreicher anderer Arbeiten erbrachter Beweis des zweiten Le Chatelierschen Satzes. Als Beweis erkennt ihn jedenfalls die wissenschaftliche Literatur offenbar an, da seit meinen betr. Publikationen zahlreiche Untersuchungen sich mit dem neuen Tatbestande auseinandersetzen.

Des weiteren stellte ich folgende neue Sätze auf:

1. Die Leitfähigkeit derjenigen Legierungen, welche aus heterogenen Gemengen zweier Kristallarten bestehen, verläuft als Kurve in Abhängigkeit von der Konzentration dargestellt in erster Annäherung geradlinig[1] [2]), doch wird diese Annäherung schwächer mit wachsender Differenz der Leitfähigkeitswerte der beiden Ausgangsmetalle[3]).

Dieser Satz unterscheidet sich von dem ersten von Le Chatelier nur durch relativ geringe Modifikationen, die aus theoretischen Betrachtungen heraus notwendig wurden.

2. Bei begrenzter Mischbarkeit der Komponenten im kristallisierten Zustande gilt zwischen den Konzentrationen der gesättigten Mischkristalle der erwähnte, von Le Chatelier vermutete (und jetzt bewiesene) Satz (No. 2 bei Le Chatelier) innerhalb der Mischkristallreihen, vor der Erreichung der Sättigungsgrenze aber das Gesetz 2[4]).

3. Bei Existenz einer Verbindung innerhalb einer Mischkristallreihe entspricht der Konzentration derselben ein Maximum der Leitfähigkeit[5]), wodurch ein neues Kriterium für den Nachweis von Verbindungen innerhalb fester Lösungen erbracht wird.

4. Bei Existenz von m neuen Verbindungen als selbständigen Kristallarten innerhalb der Legierungen läßt sich das Zustandsdiagramm in $m + 1$ einzelne binäre Diagramme zerlegen. Auf jedes einzelne derselben lassen sich dann die obigen Gesetze wieder anwenden wie zwischen reinen Metallen[6]).

1) Zeitschr. für anorg. Chemie **51**, 430, 1906.
2) Jahrbuch d. Radioaktivität u. Elektronik **5**, 41 bis 42, 1908.
3) Jahrbuch d. Radioaktivität u. Elektronik **5**, 35 bis 36, 1908.
4) Zeitschr. f. anorg. Chem. **51**, 431, 432, 1906.
5) Zeitschr. f. anorg. Chem. **51**, 433, 1906.
6) Zeitschr. f. anorgan. Chem. **51**, 431, 1906.

5. Den verschiedenen Verbindungen entsprechen deshalb auf der Leitfähigkeitskurve mehr oder weniger deutliche Knicke, eventuell Maxima oder Minima. Es ist jedoch nicht notwendig, daß einer neuen Kristallart ein Maximum der Leitfähigkeitskurve entsprechen müßte[1]).

6. Die in Mischkristallen auftretende Leitfähigkeitserniedrigung läßt sich nicht auf die von Rayleigh und Liebenow angegebene Weise durch Thermokräfte erklären[2]).

7. Der durch Mischkristallbildung hervorgerufene Zusatzwiderstand W_2, den man durch Subtraktion des nach der Mischungsregel berechenbaren von dem beobachteten Widerstande erhält, läßt sich nach durchgeführter Korrektion der in Volumprozenten gegebenen Konzentrationen gemäß dem Atomvolumen in Atomprozente, K, darstellen, durch den Ausdruck

$$W_2 = K(1 - k)C,$$

wobei C eine für das gegebene Metallpaar feststehende Konstante ist[3]).

8. Legierungen, in welchen der absolute Temperaturkoeffizient nahezu konstant und dem der reinen Metalle gleich ist, enthalten Mischkristallbildung nur in ganz minimalem Maße[5]).

9. Zeigt die Kurve des Temperaturkoeffizienten in Abhängigkeit von der Konzentration einen starken Abfall von beiden reinen Komponenten aus und einen kontinuierlichen Verlauf mit tiefem abgerundetem Maximum, so liegt eine ununterbrochene Reihe von Mischkristallen vor[4]).

10. Zeigt die Kurve des Temperaturkoeffizienten in Abhängigkeit von der Konzentration einen starken Abfall von beiden reinen Komponenten aus, bei mittleren Konzentrationen ein geradliniges, durch zwei Knicke begrenztes Stück, so liegen entsprechend den beiden stark abfallenden Ästen Mischkristallreihen, entsprechend dem geradlinigen Mittelstück jedoch eine Mischungslücke vor[4]).

11. Der Temperaturkoeffizient neuer, durch Verbindung der beiden Komponenten in den Legierungen auftretender Kristallarten ist nur wenig geringer als der der reinen Metalle[5]).

12. Innerhalb der Konzentrationsgebiete, die Gemenge zweier verschiedener einzelner Kristallarten darstellen, ist der Verlauf des Temperaturkoeffizienten denselben Gesetzen unterworfen, die zwischen zwei reinen Metallen gelten, aus denen sich keine intermediären Kristallarten bilden.

13. Auch in den wenigen Fällen, wo Ausnahmen des der Ableitung dieser letzten Gesetze über den Temperaturkoeffizienten zugrundeliegenden Gesetzes von Matthiessen auftreten, bleibt doch die Gestalt der Kurven des Temperaturkoeffizienten derartig, daß das Ablesen der Konzentrationen der einzelnen Verbindungen und der gesättigten Mischkristalle aus ihnen nicht weniger deutlich und sogar noch schärfer als aus den Leitfähigkeitskurven möglich ist[1]).

14. Die von Barus gegebene Gesetzmäßigkeit, daß sich — wenn man von einem gegebenen Ausgangsmetalle ausgeht, dem man verschiedene andere Elemente zusetzt —, für alle die erhaltenen Legierungen eine gemeinsame lineare Beziehung zwischen der Leitfähigkeit und ihren Temperaturkoeffizienten aufstellen läßt, hat nur so lange Gültigkeit, als diese Zusätze von dem Ausgangsmetalle in fester Lösung aufgenommen werden, versagt aber, sobald der Zusatz ein heterogenes Gemenge erzeugt[2]).

Endlich gab ich die Konstruktionen der Raumdiagramme mit den drei Achsen: Temperatur, Konzentration und spezifischen Widerstand für die beiden Grenzfälle (aus denen sich alle anderen kombinieren lassen) der vollständigen gegenseitigen Löslichkeit und der völligen Unlöslichkeit der beiden Komponenten ineinander[3]).

Was die übrigen Punkte des Rudolfischen Angriffes anbetrifft, so muß ich zunächst die von ihm gemachte Äußerung, daß ich mich mit einem Teile seiner Bedenken („mit Anwendung eines eigenartigen Kunstgriffs") einverstanden erklärt habe, leider korrigieren. Von einer Zustimmung zu den Ausführungen des Herrn Rudolfi bin ich ganz im Gegenteil sehr weit entfernt.

Die anderen Punkte der Ausführungen des Herrn Rudolfi finden ihre Erledigung ohnehin an anderem Orte, da ich auf die betreffenden Fragen näher einzugehen beabsichtige. Nur das „eigentümliche Mißgeschick", das mir Herr Rudolfi betreffend die Gold-Zinn-Legierungen vorwirft, möchte ich gleich hier besprechen:

Bei der Besprechung der Gold-Zinn-Legierungen und der Leitfähigkeitsuntersuchungen Matthiessens an denselben hatte ich anfänglich übersehen, daß die Formeln von Matthiessen nach den alten Äquivalentgewichten statt in unseren heutigen Atomgewichten gegeben waren. Von Vogel auf diesen Rechenfehler aufmerksam gemacht, hatte ich die entsprechende Korrektur[4]) gegeben. Herrn Rudolfi erscheint nun die Tatsache „in einem bedenklichen Lichte", daß es mir in beiden Fällen, bei Annahmen von Äquivalent- wie von Atomprozenten, keine Schwierig-

1) Zeitschr. f. anorg. Chem. **51**, 431, 1906.
2) Zeitschr. f. Elektrochemie **13**, 446, 1907.
3) Jahrbuch d. Radioaktivität und Elektronik **5**, 19ff., 1908. Letzter Teil.
4) Zeitschr. f. anorg. Chem. **54**, 76, 1907.

1) Zeitschr. f. anorgan. Chem. **54**, 76 ff., 1907.
2) Diese Zeitschr. **9**, 36, 1908.
3) Jahrbuch d. Radioakt. u. Elektronik. l. c.
4) Zeitschrift f. anorg. Chem. **54**, 87 ff., 1907.

keit machte, diese Formel mit den Aussagen der elektrischen Leitfähigkeit in Einklang zu bringen.

Der Sachverhalt ist folgender. Es handelte sich darum, festzustellen, ob die Leitfähigkeitswerte (so weit sie von Matthiessen gegeben waren) Knicke bei denjenigen Punkten zeigten (ob Maxima, Minima oder keines von beiden, kam nicht in Betracht), bei denen die Konzentrationen der nach anderen Methoden von Vogel nachgewiesenen Verbindungen liegen. Die Leitfähigkeitskurve zeigte drei Knicke bei den drei Formeln: *Au Sn*, *Au Sn*$_2$, *Au Sn*$_4$, von denen der erstere nur ganz schwach ausgebildet war, welche im übrigen aber mit den von Vogel gegebenen Formeln identisch sind. Bei der Umrechnung in die richtigen Atomformeln, verschieben sich die drei Knicke:

von *Au Sn*$_4$ nach *Au Sn*$_3$
„ *Au Sn*$_2$ „ *Au Sn*
„ *Au Sn* „ *Au*$_2$ *Sn*.

In dieser neuen Lage entsprachen also wieder zwei der Formeln (*Au Sn*$_3$ und *Au Sn*) unverändert den tatsächlichen Verbindungen. Nur der dritte Knick, welcher ohnedies, wie gesagt, am schwächsten ausgeprägt war, entsprach, wie ich (l. c.) darlegte, einer Verbindung jetzt nicht mehr.

Diese an der zitierten Stelle bereits eingehend geschilderte Sachlage benutzt Herr Rudolfi zu einer Verdächtigung derselben als „in bedenklichem Lichte" erscheinend.

Die Verantwortung seiner persönlichen Bemerkungen überlasse ich Herrn Rudolfi.

(Eingegangen am 2. April 1910.)

Die Redaktion schließt hiermit die Diskussion über diesen Gegenstand.

BESPRECHUNGEN.

P. Schafheitlin, Die Theorie der Besselschen Funktionen. (Mathematisch-physikalische Schriften. No. 4.) 8. V u. 129 S. mit 1 Figurentafel. Leipzig, B. G. Teubner. 1908. M. 2.80, gebunden M. 3.20

Der bekannte Spezialforscher auf dem Gebiete der Besselschen Funktionen bietet uns hier eine gediegene kleine Monographie dieser von Tag zu Tag für die theoretische Physik wichtiger werdenden Transzendenten. Freilich muß ich bezweifeln, ob gerade die Ingenieure und Studierenden, an die sich die Sammlung doch wendet, sehr viel Nutzen davon haben werden: die Darstellung ist zu abstrakt, ich möchte sagen, zu wenig von physikalischem Geiste erfüllt. Aufgefallen ist mir z. B. in dieser Richtung, daß kein Hinweis in dem Büchlein sich findet, daß und wo Tabellen der Funktionen vorhanden sind.

Cl. Schaefer.

H. J. Oosting, Inleiding tot de technische Thermodynamica. gr. 8. VIII u. 171 S. Helder, C. de Boer jr. 1909.

Das vorliegende Buch, das vom Verfasser für den Unterricht an dem Kgl. Institut für die Marine bestimmt ist, stellt eine kurz gefaßte Einführung in die technische Wärmelehre dar, die wohl geeignet ist, den Anfänger mit den Grundlagen derselben vertraut zu machen; für das Verständnis genügt die Kenntnis der elementaren Sätze der Differential- und Integralrechnung. Nach kurzer Darlegung der Gasgesetze und einer Erläuterung über das Wesen der Wärme folgt die Behandlung der beiden Hauptsätze der Thermodynamik, wobei der Begriff der Entropie, der für gewöhnlich einige Schwierigkeiten bereitet, sehr geschickt eingeführt wird. Das darauffolgende Kapitel behandelt die Lehre von den Dämpfen und es wird hier von der van der Waalsschen Zustandsgleichung ausgiebig Gebrauch gemacht. Für die kalorischen Größen des Wasserdampfes sind die neuesten Daten nach Messungen in der Physikalisch-technischen Reichsanstalt und dem Münchner Laboratorium für technische Physik benutzt worden, und für die Zustandsgleichung ist die technisch bequemste von Callendar vorgeschlagene Form gewählt, die auch den neuen Tabellen und Diagrammen für Wasserdampf von Mollier zugrunde liegt. Besonders eingehend wird hier die Frage nach der spezifischen Wärme des überhitzten Wasserdampfes untersucht und die Resultate der verschiedenen Forscher (Regnault, Holborn und Henning, Knoblauch und Jacob, Mallard und Le Chatelier, Langen) miteinander verglichen. — Etwas zu skizzenhaft für ein Buch über technische Thermodynamik ist im letzten Abschnitt die Anwendung der gewonnenen Sätze auf die Theorie der Dampf-, Gas- und Kältemaschinen gebracht, wobei nur die theoretischen Idealprozesse und Wirkungsgrade angegeben sind, und die überaus wichtigen thermischen Verluste nur vorübergehend erwähnt werden. Gänzlich fehlt im vorliegenden Buch die Lehre von der strömenden Bewegung der Gase und Dämpfe und ihre Anwendung auf die Theorie der Dampfturbinen; dafür wird andererseits über die Verflüssigung schwer koerzibler Gase und die Erreichung sehr tiefer Temperaturen ausführlicher berichtet.

Das Buch umfaßt 11 Druckbogen mit 41 Figuren und enthält auch ein kurzes Literaturverzeichnis, in welchem die wichtigsten neuen Quellen angegeben sind. Es kann als erste Einführung sehr wohl empfohlen werden und ist auch ohne die Kenntnis der holländischen Sprache leicht verständlich.

R. Plank.

G. Krüß u. H. Krüß, Kolorimetrie und quantitative Spektralanalyse in ihrer Anwendung in der Chemie. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage von H. u. P. Krüß. 8. XII u. 284 S. mit 52 Abbildungen im Text. Hamburg, L. Voß. 1909. M. 8.—

Die erste Auflage dieses Buches erschien 1890. Seit dieser Zeit sind die experimentellen Hilfsmittel der Kolorimetrie und quantitativen Spektralanalyse wesentlich verbessert worden. Die vorliegende Neuauflage bringt nun eine sehr vollständige Beschreibung der bis jetzt konstruierten Instrumente für diese beiden Gebiete der quantitativen Analyse und gleichzeitig eine Anleitung zum Gebrauch der Instrumente. Ferner sind die optischen und physikalisch-chemischen Grundlagen der erwähnten Meßmethoden in sehr klarer und einfacher Form vorgetragen, so daß auch der Techniker nicht abgeschreckt wird. Durch eine große Zahl von Beispielen aus der anorganischen Analyse der forensischen, der Nahrungsmittel- und der Farbstoffchemie wird die

Verwendbarkeit der quantitativen optischen Analyse für die Praxis in ein helles Licht gesetzt. Gute Abbildungen und praktische Tabellen erhöhen den Wert des Buches, das als standard work auf diesem Gebiete keiner Empfehlung bedarf. K. Jellinek.

E. Leybolds Nachflg. (Cöln a. Rh.), Apparate für Schülerübungen. Zweiter Ergänzungsband zum Hauptkatalog.

Schon im allgemeinen sind die Kataloge physikalischer Apparate bedeutender Firmen nicht unwichtige Hilfsmittel der Forschung und des Unterrichts; dieses gilt in besonderem Maße von dem vorliegenden Kataloge über Apparate und Einrichtungen für physikalische und chemische Schülerübungen. Das stetig wachsende Interesse für naturwissenschaftliche Schülerübungen hat die bekannte Firma veranlaßt, hier zum ersten Male im Zusammenhange mit den in letzter Zeit erschienenen Werken über Schülerübungen diese Zusammenstellung herauszugeben. Außer den allgemeinen Laboratoriumseinrichtungen enthält der Katalog:

1. Apparate nach Prof. Grimsehl,
2. Apparate nach H. Hahn,
3. Apparate nach Prof. Noack,
4. Apparate für elementare Messungen aus der Elektrostatik nach Prof. Noack,
5. verschiedene Apparate für physikalische Schülerübungen,
6. Apparate für chemische Schülerübungen nach Dörmer-Hamburg.

So bildet der Katalog eine sehr erwünschte Ergänzung zu den bekannten Lehrbüchern der Schülerübungen und dürfte mit dazu beitragen, die Einrichtung derselben in mancher Hinsicht zu erleichtern.

Muß es doch neben der eigenen Anfertigung einfacher Apparate durch die Praktikanten selbst als ein erstrebenswertes Ziel des sogenannten Handfertigkeitspraktikums, wie es allerdings erst an wenigen Universitäten eingerichtet ist, bezeichnet werden, daß eine Sammlung einfacher physikalischer Apparate vorhanden ist, mit denen Vorlesungs- oder Demonstrationsversuche angestellt werden können.

Auch ist es wünschenswert, daß in eben diesem Praktikum die Kenntnis der einschlägigen Firmen vermittelt und das sehr lehrreiche Studium solcher Kataloge anempfohlen wird. F. Krüger.

Preisausschreiben.

v. Reinach-Preis für Mineralogie. Ein Preis von M. 1000 soll der besten Arbeit zuerkannt werden, die einen Teil der Mineralogie des Gebietes Aschaffenburg, Heppenheim, Alzey, Kreuznach, Koblenz, Ems, Gießen und Büdingen behandelt; nur wenn es der Zusammenhang erfordert, dürfen andere Landesteile in die Arbeit einbezogen werden.

Die Arbeiten, deren Ergebnisse noch nicht anderweitig veröffentlicht sein dürfen, sind bis zum 1. Oktober 1911 in versiegeltem Umschlage, mit Motto versehen, an die Direktion der Senckenbergischen Naturforschenden Gesellschaft einzusenden, von der auch das ausführliche Programm versandt wird.

Tagesereignisse.

Die kroatische Regierung plant die Errichtung einer Technischen Hochschule in Agram, die unter Zuhilfenahme einer von Dr. Zerjavic gewidmeten Spende von 200000 K zu Beginn des Schuljahrs 1910/11 eröffnet werden soll. Die vorbereitenden Arbeiten wurden dem Professor für Baumechanik an der Böhmischen Technischen Hochschule in Brünn Dr. Michael Ursiny übertragen.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Göttingen Dr. Theodor von Kármán für angewandte Mechanik, an der Universität Tübingen Dr. H. Rosenberg für Astronomie, an der Universität Göttingen Dr. Sielisch für Chemie.

Ernannt: Der Professor an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Rudolf Schenck zum ord. Professor für Physikalische Chemie an der Technischen Hochschule Breslau, der Dozent an der Technischen Hochschule Hannover Dr. Siegfried Valentiner zum ord. Professor für Physik an der Bergakademie Clausthal, die Privatdozenten an der böhmischen Universität Prag Dr. Bohumil Kužma (Anorganische Chemie) und Dr. František Plzák (Organische Chemie), zu a. o. Professoren an der gleichen Hochschule, Dr. Allan S. Hawksworth zum Professor der höheren Mathematik an der Universität von Pittsburgh, der Privatdozent an der Universität Bonn und etatmäßige Professor an der Landwirtschaftlichen Hochschule daselbst Dr. Gerhard Hessenberg zum ord. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule Breslau, Milton C. Whitaker zum Professor für Technische Chemie an der Columbia-Universität, der Dozent an der Universität Caën Dr. J. Guinchant zum ord. Professor der Experimentalphysik an der Universität Bordeaux und der Dozent an der Universität Lyon Dr. Henri Bénard zum Professor der allgemeinen Physik ebenfalls an der Universität Bordeaux, der Privatdozent für Meteorologie an der Universität Wien Dr. Felix M. Exner zum a. o. Professor für kosmische Physik an der Universität Innsbruck.

Verliehen: Dem Dozenten für analytische Chemie an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Heinrich Cloeren der Titel Professor.

Gestorben: Der frühere ord. Professor der Chemie an der Böhmischen Technischen Hochschule Prag Hofrat Dr. Franz Stolba, der ord. Professor für Allgemeine und Organische Chemie an der Universität Rom Dr. Stanislao Cannizzaro, der Foreign Secretary der Royal Astronomical Society in London und Besitzer des Upper Tulse Hill Observatory Sir William Huggins.

Gesuche.

Verbindung mit einem Physiker

gesucht, welcher einige Versuchs-Experimente gegen Honorar ausführen würde, bei denen abnorm niedrige Temperaturen zur Anwendung gelangen sollen. Hierauf reflektierende Herren, welche auf dem Gebiete der Mechanik bewandert und geneigt sind, sich mit einer neuen, wissenschaftlich hochbedeutsamen Materie zu beschäftigen, werden gebeten, ihre Adressen unter **SS. 99** postlagernd **Hohen-Neuendorf** (Nordbahn) niederzulegen.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.